

СПОСІБ ВРАХУВАННЯ ВІДВОДУ КОЛІС ПРИ ВИЗНАЧЕННІ ТРАЄКТОРІЇ КРИВОЛІНІЙНОГО РУХУ ТРАКТОРА

Довжик Михайло Яковичкандидат технічних наук, доцент
Сумський національний аграрний університет
ORCID: 0000-0002-1627-4888
email: dovgukm@ukr.net**Соларьов Олександр Олексійович**кандидат технічних наук, доцент
Сумський національний аграрний університет
ORCID: 0000-0002-1485-0685
email: lmcsan@i.ua**Калнагуз Олексій Миколайович**ст. викладач
Сумський національний аграрний університет
ORSID: 0000-0003-1710-8416
email: fakyltet-mex@ukr.net**Таченко Олександр Володимирович**ст. викладач
Сумський національний аграрний університет
ORSID: 0000-0003-1762-8219
email: AlexTatsenko@ukr.net

У даній статті розглянуто спосіб побудови траєкторії криволінійного руху чотирьохколісної машини з передніми керованими колесами. Важливий вплив на криволінійний рух мають такі явища, як буксування та юз, що в свою чергу впливають на побудову траєкторії руху. Знаючи, як саме на рух впливає відведення коліс, ми можемо максимально точно побудувати траєкторію руху, а саме вхід та вихід з повороту. Основне завдання, яке ми прагнули вирішити, це знайти найпростіші способи для побудови криволінійної траєкторії руху машини.

Ключові слова: *машино тракторний агрегат, криволінійна траєкторія, відвід коліс.*

DOI: <https://doi.org/10.32845/msnau.2019.1-2.5>

Постановка проблеми. Як відомо, кут між вектором швидкості колеса і позитивним напрямом осі трактора, що відповідає нейтральному положенню коліс, називається кутом відведення. Відомо також, що кути відведення, що виникають при криволінійному русі колісних машин внаслідок деформації шин, спотворюють траєкторію руху і мають істотний вплив на керованість машини аж до повної її втрати. Тому не випадково дослідженню причин виникнення кутів відведення та їх залежності від різних факторів присвячена велика кількість робіт.

Теорія відведення коліс викладається у всій навчальній літературі з даного предмету, але, незважаючи на це, не можна вважати, що явище вивчено досить добре. Щоб його можна було впевнено використовувати при визначенні траєкторій руху, що особливо важливо при розробці способів автоматичного керування транспортним та засобом. Кут відведення коліс залежить від великої кількості факторів, і часто ці залежності мають досить складний характер. Так, наприклад, з залежність між бічною силою і кутом відведення при постійному навантаженні на колесо може бути лінійної тільки при невеликих значеннях бічної сили і за умови, що колесо котиться без ковзання чи юзу [1, рис. 2]. Відхилення середньої площини колеса від напрямку руху викликається не тільки еластичністю шин, але і ковзанням плями контакту і піддатливості ґрунту, що особливо важливо для тракторів. Відведення коліс супроводжується бічним ковзанням, яке

стає переважаючим, коли бічна сила досягає значення сили зчеплення, при цьому кут відведення зростає навіть при постійній бічній силі.

На коефіцієнт опору бічному відведенню впливає безліч конструктивних і експлуатаційних факторів: розміри і конструкція шини, тиск повітря в шині, характер і значення сил, що діють на колесо, стан опорної поверхні, траєкторія руху і особливо швидкість. Як відомо, сили опору майже завжди пропорційні квадрату швидкості руху, а кожна нелінійність співвідношень ускладнює вирішення завдання.

Аналіз досліджень та публікацій. Д.А. Антонов на підставі теорії нелінійного відведення для отримання істинного значення коефіцієнта опору відведенню запропонував множити деякі постійні величини цього коефіцієнта на додаткові коефіцієнти: нормального навантаження, тангенціальної реакції, коефіцієнта зчеплення та інші – всього сім коефіцієнтів [1]. Використовувати їх в теоретичних дослідженнях практично неможливо. Складно також використовувати для отримання рівнянь руху і формули для кутів відведення передніх і задніх коліс, що наведені в [1], з огляду на їх громоздкості. Тому не випадково з'являються роботи, в яких вводяться спрощування припущення, якщо вони не чинять істотного впливу на кінцевий результат. Наприклад, в роботі [2] бічна сила розподіляється між мостами пропорційно жорсткості їх підвісок, кути розвалу керованих коліс приймаються рівними нулю, кути бічного відведення коліс однієї

віссю вважаються однаковими, коефіцієнти опору відведенню коліс, швидкість руху автомобіля і реакції на колеса - постійними. При таких припущеннях кути бічного відведення залишаються пропорційними бічним силам, які, в свою чергу, пропорційні квадрату швидкості руху автомобіля і обернено пропорційні радіусу повороту. Автори стверджують, що отримані при таких припущеннях результати можуть бути використані тільки в попередніх розрахунках. Тим не менше, використання навіть цих припущень не спрощує, наприклад, завдання знаходження рівняння траєкторії руху.

Тоді необхідно подивитися на цю задачу з іншого боку.

Постановка задачі. Відомо, що в реальних умовах експлуатації машин кути бічного відведення не перевищують $7 - 8^\circ$, в деяких випадках вони досягають $10 - 12^\circ$ [3]. При таких малих межах майже не має значення, як складно змінюються ці параметри. Завжди можна підібрати закономірність, яка не надто відрізняється від реальної. Правда, лінійна залежність кутів бічного відведення від бічної сили часто переходить в нелінійну вже при кутах відведення $2 - 4^\circ$, після чого мають місце не тільки пружні деформації шин, а й

їх ковзання. Коли ж бічні реакції досягають сили зчеплення, відбувається повне ковзання колеса в бік. Але із цим явищем можна боротися відомими способами, з тим, щоб розширити межі прямої пропорційності.

Виклад основного матеріалу. Розглянемо спосіб теоретичного визначення траєкторії руху центру тяжіння машини C (рис. 1) на прикладі чотириколісного трактора з передніми керованими колесами з урахуванням мінливого кута їх повороту і явища відведення передніх коліс. Проекції швидкості центру C на нерухомі осі координат будуть

$$v_x = v \cos(\varphi + \alpha); \quad v_y = v \sin(\varphi + \alpha), \quad (1)$$

де φ – кут повороту осі трактора щодо осі Ox ; α – кут відхилення вектора швидкості від осі трактора v , який в нашому випадку може бути визначений відповідно до [4, с. 219] з виразу $\operatorname{tg} \alpha = [l_2 \operatorname{tg}(\alpha_1 - \alpha'_1) + l_1 \operatorname{tg} \alpha''_2]/L$. Тут l_1 і l_2 – відстані від центру мас, відповідно, до переднього і заднього мостів; L – база трактора; α'_1 і α''_2 – кути відхилення вектора від осі трактора, викликані явищем відведення коліс, відповідно, передньої і задньої осей трактора.

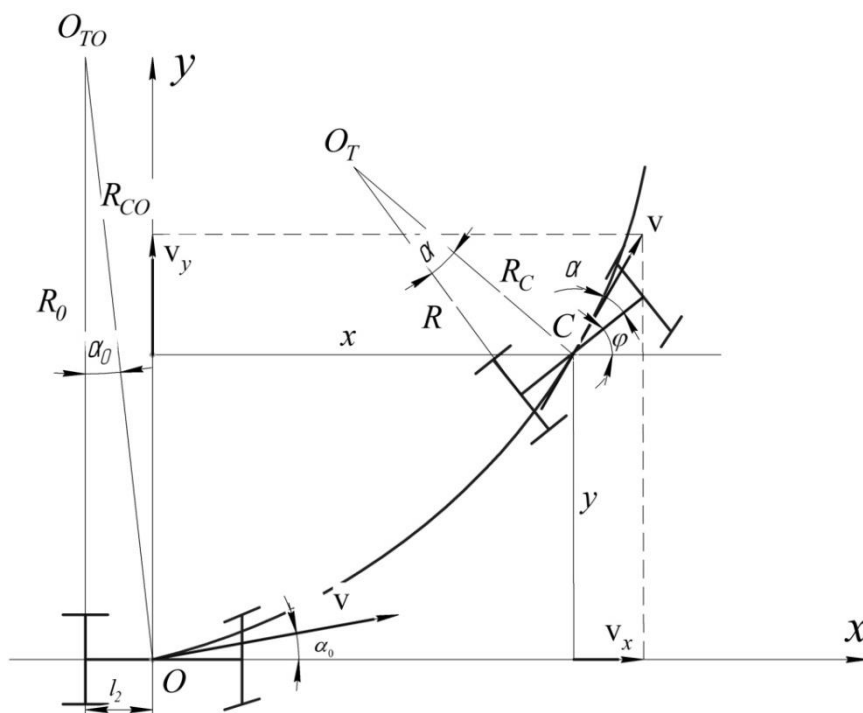


Рис. 1. Схема руху трактора по криволінійній траєкторії при змінних значеннях кута α

Координати центра C в системі координат xOy можна записати у вигляді:

$$\begin{aligned} x &= \int v_x dt = \int v \cos(\varphi + \alpha) dt; \\ y &= \int v_y dt = \int v \sin(\varphi + \alpha) dt. \end{aligned} \quad (2)$$

Представимо функцію кута α в залежності від φ наступним чином:

$$\alpha = \alpha' - \alpha'' = (\alpha'_0 + k_1 \varphi) - (\alpha''_0 + k_2 \varphi) = \alpha_0 + k \varphi, \quad (3)$$

де α' і α'' – кути відхилення вектора швидкості v від осі трактора, викликані, відповідно, поворотом передніх коліс або поворотом керма і бічним відведенням коліс, які змінюються в процесі повороту; α'_0 і α''_0 – початкове значення кутів α' та α'' , залежні від повороту керма на початку входу в поворот і на початку виходу з повороту; k_1 і k_2 – коефіцієнти, що визначають інтенсивність повороту і прийняті

залежності від меж кутів, в яких виконується поворот. Таким чином, маємо очевидне відношення:

$$\alpha_0 = \alpha'_0 - \alpha''_0; \quad k = k_1 - k_2. \quad (4)$$

Розглядаючи бескінечно малу ділянку траєкторії $C_1 C_2 = ds$ (рис.2), відмітимо, що за час dt кут α зміниться на $d\alpha$, кут φ – на $d\varphi$, а радіус кривизни – на $dR_C = R_{C2} - R_{C1}$. Центр кривизни за цей час переміститься з O_1 в точку O_2 , а кут між радіусами R_{C1} та R_{C2} буде дорівнювати $(d\varphi + d\alpha)$. Тоді $dS = v dt = (R_C + dR_C)(d\varphi + d\alpha)$, звідки, якщо знехтувати бескінечно малим другого порядку, отримаємо

$$dt = \frac{R_C}{v} (d\varphi + d\alpha) = \frac{R_C}{v} (1 + k) d\varphi, \quad (5)$$

А з урахуванням, що $R_C = l_2 / \sin \alpha \approx l_2 / \alpha$, в залежності від малого кута α , знаходимо

$$dt = \frac{l_2}{v} \cdot \frac{1+k}{\alpha} d\varphi,$$

І кінцеві рівняння криволінійного руху в інтегральній формі будуть:

$$\begin{aligned} x &= l_2(1+k) \int \frac{\cos(\alpha + \varphi)}{\alpha} d\varphi = \\ &= l_2(1+k) \int \frac{\cos[\alpha_0 + (1+k)\varphi]}{\alpha_0 + k\varphi} d\varphi; \\ y &= l_2(1+k) \int \frac{\sin(\alpha + \varphi)}{\alpha} d\varphi = l_2(1+k) \int \frac{\sin[\alpha_0 + (1+k)\varphi]}{\alpha_0 + k\varphi} d\varphi. \end{aligned} \quad (6)$$

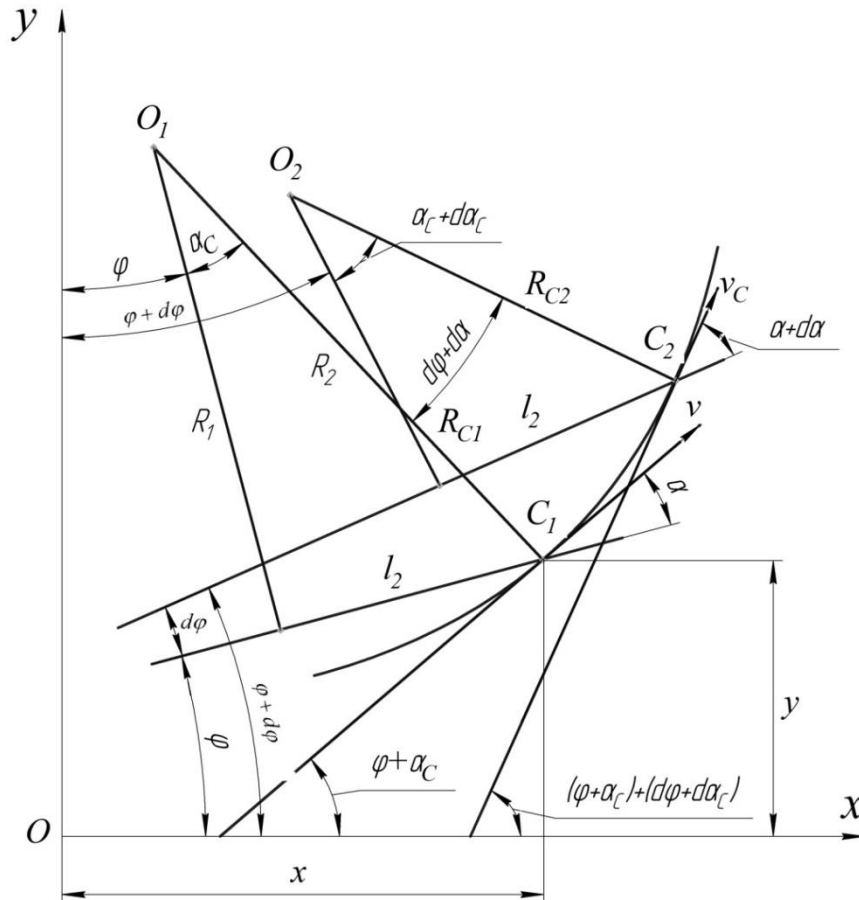


Рис. 2. До зміни диференціала dt на $d\varphi$

Далі, розкладаючи функції $\cos[\alpha_0 + (1+k)\varphi]$ та $\sin[\alpha_0 + (1+k)\varphi]$ в ряди Маклорана і беручи для косинуса два перших члена ряду, а для синуса один, після інтегрування і визначення постійних з умов ($x = 0$; $\varphi = 0$) і ($y = 0$; $\varphi = 0$) отримаємо кінцеве рівняння траєкторії руху

трактора з передніми керованими колесами і змінним кутом на ділянці входу в поворот:

$$\begin{aligned} x &= \frac{l_2(1+k)}{k} \left[-\frac{(1+k)^2}{4} \varphi^2 + \frac{\alpha_0(1-k^2)}{2k} \varphi - \frac{\alpha_0^2 - 2k^2}{2k^2} \ln \left| \frac{\alpha_0 + k\varphi}{\alpha_0} \right| \right]; \\ y &= \frac{l_2(1+k)}{k} \left[(1+k)\varphi - \frac{\alpha_0}{k} \ln \left| \frac{\alpha_0 + k\varphi}{\alpha_0} \right| \right]. \end{aligned} \quad (7)$$

На ділянці виходу з повороту рівняння руху отримаємо аналогічно, якщо прийmemo $\alpha = \alpha_0 - k\varphi$:

$$\begin{aligned} x &= \frac{l_2(1-k)}{k} \left[\frac{(1-k)^2}{4} \varphi^2 + \frac{\alpha_0(1-k^2)}{2k} \varphi + \frac{\alpha_0^2 - 2k^2}{2k^2} \ln \left| \frac{\alpha_0 - k\varphi}{\alpha_0} \right| \right]; \\ y &= \frac{l_2(1-k)}{k} \left[-(1-k)\varphi - \frac{\alpha_0}{k} \ln \left| \frac{\alpha_0 - k\varphi}{\alpha_0} \right| \right]. \end{aligned} \quad (8)$$

Застосовуючи ці рівняння при побудові конкретної траєкторії з коефіцієнтами k_1 та k_2 , початковими кутами α'_0 і α''_0 , а також значеннями кута φ .

Рівняння справедливі тільки в межах розглянутих

ділянок.

Розглянемо конкретний випадок на прикладі трактора МТЗ-80 ($l_2 = 0,93$ м), прийнявши наступні вихідні дані на ділянці входу в поворот: $\varphi = 0 \dots 90^\circ$ і $\alpha'_0 = 5^\circ$; $k_1 = 0,2 -$

цей коефіцієнт визначає інтенсивність, а отже і радіус кривизни траєкторії. Знаходимо максимальне значення кутів $\alpha' = \alpha'_0 + k_1\varphi = 5 + 0,2 \cdot 90 = 23^\circ$ і $\alpha'' = \alpha''_0 + k_2\varphi = 0,5 + 0,05 \cdot 90 = 5,0 = 0,087$ рад, що відповідає середньому куту повороту керованих коліс в кінці повороту $\alpha_1 = 45,6^\circ$. Для розрахунку та побудови процесу відведення коліс слід виходити з конкретних умов, використовуючи наявні відомості про тип коліс, стан ґрунту, передбачувану швидкість руху під час входу в поворот. В даному прикладі $k = 0,2 - 0,05 = 0,15$; $\alpha_0 = 5 - 0,5 = 4,5^\circ = 0,0785$ рад і рівняння руху на ділянці входу в поворот мають вигляд:

$$\begin{aligned} x &= 7,13(-0,33\varphi^2 + 0,226\varphi + 0,863\ln|1 + 1,91\varphi|); \\ y &= 7,13(1,15\varphi - 0,523\ln|1 + 1,91\varphi|). \end{aligned} \quad (9)$$

На ділянці виходу з повороту початок системи координат слід помістити в кінцеву точку траєкторії входу в поворот і прийняти такі вихідні дані: $\varphi = 90^\circ \dots 0$; $\alpha'_0 = 23^\circ$; k_1

$= 0,2$; $\alpha''_0 = 5,0^\circ$; $k_2 = 0,05$. Оскільки бічні сили при вході в поворот і при виході з повороту напрямок зберігають незмінним, то при виході з повороту $k = k_1 - k_2 = 0,15$; $\alpha_0 = 18^\circ = 0,314$ рад. Тоді спрощені рівняння руху на ділянці виходу з повороту приймають вид:

$$\begin{aligned} x &= 5,27(0,181\varphi^2 + 1,023\varphi + 1,191\ln|1 - 0,478\varphi|); \\ y &= 5,27(-0,85\varphi - 2,093\ln|1 - 0,478\varphi|). \end{aligned} \quad (10)$$

На рис. 3 зображено траєкторії входу в поворот і виходу з повороту для наведених вище умов як з урахуванням впливу відведення коліс, так і без нього. Як видно, при прийнятних середніх значеннях коефіцієнта k_2 , враховуючого вплив відведення коліс, зміна траєкторії відбувається з впливом відведення коліс як на ділянці входу в поворот, так і на ділянці виходу з повороту і має місце істотна розбіжність цих траєкторій.

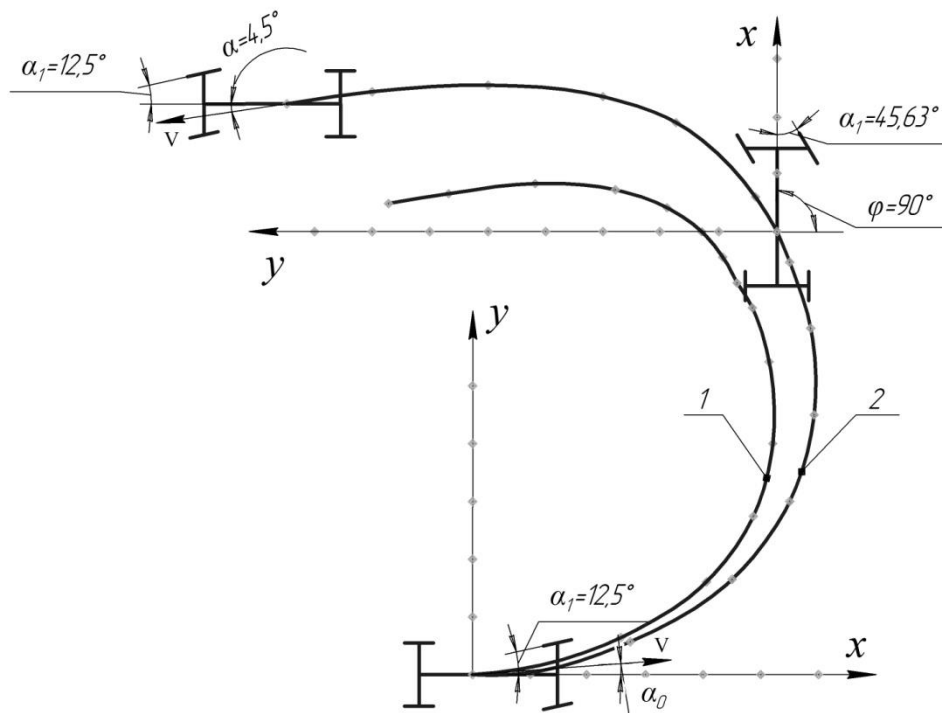


Рис.3 Траєкторії входу в поворот і виходу з повороту трактора МТЗ-80: 1 - без урахування відведення коліс; 2 - з урахуванням відведення коліс

Час руху трактора на ділянках входу в поворот і виходу з повороту при постійній швидкості v можна визначити, скориставшись наведеною вище формулою для dt . $R_c =$

$$l_2/\alpha \text{ і } d\varphi = d\alpha/k:$$

$$t = \int_0^\varphi \frac{R_c}{v} (d\varphi + d\alpha) = \frac{l_2}{v} \cdot \frac{1 \pm k}{k} \int_{\alpha_0}^{\alpha_{max}} \frac{d\alpha}{\alpha} = \frac{l_2}{v} \cdot \frac{1 \pm k}{k} \ln \left| \frac{\alpha_{max}}{\alpha_0} \right|. \quad (11)$$

Знак «плюс» відноситься до випадку входу в поворот, а знак «мінус» - при виході з повороту.

Результати розрахунків для наведеного в статті прикладу у випадку постійної швидкості $v = 7$ км/час ≈ 2 м/с, без врахування впливу явища відведення коліс, наступні: $t_{вх} = 4,26$ с; $t_{вих} = 2,84$ с. Довжини ділянок траєкторії, відповідно, будуть $S_{вх} = vt_{вх} = 8,52$ м; $S_{вих} = vt_{вих} = 5,68$ м.

Якщо врахувати вплив відведення коліс, ці величини

будуть рівні: $t_{вх} = 4,92$ с; $t_{вих} = 3,64$ с; $S_{вх} = 9,84$ м; $S_{вих} = 7,27$ м.

Отримані загальні рівняння руху по криволінійній траєкторії з урахуванням впливу відведення коліс можуть бути використані для будь-якої колісної машини як для лівого, так і для правого повороту. В останньому випадку кут φ негативний.

Використовуючи відомі з механіки криволінійного руху

залежності, можна визначити значення радіуса повороту R , кутової швидкості корпусу трактора ω і інші параметри як функції кута φ :

$$R = \frac{L}{tg(\alpha'_1 - \alpha''_1) + tg\alpha''_2};$$

$$\omega = \frac{v}{R_C};$$

$$R_C = \frac{R}{\cos\alpha};$$
(12)

де $\alpha'_1 = \alpha_1$; $\alpha''_1 = \alpha''_{10} + k_2\varphi$; $\alpha''_2 = \alpha''_{20} + k_2\varphi$ і т. д.

Висновки. Розроблено аналітичний метод отримання траєкторії криволінійного руху двовісних колісних машин з урахуванням впливу явища відведення передніх коліс. Отримані рівняння руху на ділянках входу в поворот і виходу з повороту придатні як для лівого, так і для правого поворотів в будь-якому діапазоні зміни кута повороту корпусу машини.

Список використаної літератури:

1. Гузьков В. В. Трактора теория / В. В. Гузьков., 1988.- 376 с.
2. Любимов И. И. Исследование связи увода колес автомобиля з жесткостью подвески / И. И. Любимов. Весник СГТУ 2013 2(70).
3. Смирнов Г. А. Теория движения колесных машин / Г. А. Смирнов., 1990. – 272 с.

Dovzhyk M.Ya, Solarov O.O., Kalnahuz O.M., Tatsenko O.O.

The method of taking into the drift in determining the trajectory of the curvinal movement of the tractor

This article discusses how to construct a curvilinear trajectory for a four-wheeled machine with front steered wheels. Important effects on curvilinear motion are phenomena such as slipping and skidding, which in turn influence the construction of the trajectory. Knowing how the movement of the wheels affects the movement, we can accurately construct the trajectory, namely the entrance and exit of the turn. The main task we wanted to solve was to find the easiest ways to construct a curved trajectory of the machine.

It is known that the angle between the velocity vector of the wheel and the positive direction of the axis of the tractor corresponding to the neutral position of the wheels is called the angle of withdrawal. It is also known that the deflection angles arising from the curvilinear movement of wheeled vehicles due to tire deformation distort the trajectory of motion and have a significant effect on the controllability of the machine up to its complete loss. Therefore, it is no coincidence that a large number of works is devoted to investigating the causes of the emergence of angles and their dependence on various factors.

Tire theory is taught throughout the course of this subject, but nevertheless it cannot be assumed that the phenomenon has been sufficiently studied so that it can be confidently used in determining trajectories, which is especially important in the development of methods of automatic control of the vehicle. The angle of rotation of the wheels depends on many factors, and often these dependencies are quite complex.

Keywords: machine tractor unit, curvilinear trajectory, wheel deflection.

Дата надходження до редакції: 12.03.2019