

ДОСЛІДЖЕННЯ ЕФЕКТИВНОСТІ ЗУБЧАСТИХ ЦИЛІНДРИЧНИХ ПРЯМОЗУБИХ ПЕРЕДАЧ В ЗАЛЕЖНОСТІ ВІД КОЕФІЦІЄНТА ЗМІЩЕННЯ ВИХІДНОГО КОНТУРУ

Думанчук Михайло Юрійович

кандидат технічних наук, доцент
Сумський національний аграрний університет, м. Суми, Україна
ORCID: 0000-0003-3559-4729
mykhailo.dumanchuk@snau.edu.ua

Івченко Олександр Володимирович

кандидат технічних наук, доцент
Сумський національний аграрний університет, м. Суми, Україна
ORCID: 0000-0002-4274-7693
o.ivchenko@weys.eco

Жигилій Дмитро Олексійович

кандидат технічних наук, доцент
Сумський державний університет, м. Суми, Україна
ORCID: 0000-0002-7063-7213
d.zhigiliy@omim.sumdu.edu.ua

Завгородній Денис Михайлович

здобувач освіти
Сумський національний аграрний університет, м. Суми, Україна
ORCID: 0009-0006-0719-7047
zavgorodnijdenis741@gmail.com

Козін Віктор Миколайович

кандидат технічних наук, доцент
Сумський національний аграрний університет, м. Суми, Україна
ORCID: 0000-0001-9821-7774
kvn.kon82@gmail.com

У статті проведено поглиблений аналіз ефективності зубчастих циліндричних прямозубих передач у залежності від коефіцієнта зміщення вихідного контуру. Дослідження зосереджено на підвищенні навантажувальної здатності зубців, оптимізації ефективності та забезпеченні довговічності передач за мінімальних втрат потужності та зменшення шуму та вібрацій, які виникають через удари задніх зубів унаслідок люфту, а також аналізу багатоперіодичних контактної та згинальної міцностей зубів.

Метою роботи є визначення впливу коефіцієнта зміщення вихідного контуру на робочі характеристики зубчастих передач. Використаний метод скінчених елементів для оцінки параметрів напружено-деформованого стану зубів і контактної тиску у різних точках зачеплення. Розглянуто вплив коефіцієнтів зміщення x_1 і x_2 , на ефективність, шум і вібрації передач. Досліджено втрати потужності залежно від змін у контактній геометрії, спричинених модифікацією профілю зубів.

Детально порівняно два підходи до розрахунку втрат потужності: класичного методу Німана, що передбачає використання постійного середнього коефіцієнта тертя вздовж контактної лінії, та сучасної методики Хай Сю, яка враховує змінний коефіцієнт тертя на основі теорії ньютонівського еластогідродинамічного змащення. Представлено моделювання локальних втрат енергії в окремих сегментах лінії контакту та їх інтеграцію для отримання загальних показників ефективності передачі.

У роботі також проведено оцінку впливу коефіцієнта зміщення вихідного контуру на багатоперіодичну та згинальну міцності зубів. Виконано розрахунки напружень і контактних тисків у режимах багатоперіодичного навантаження, які ілюструють залежність напруженого стану зубів від геометричних параметрів профілю. Показано, що раціональний розподіл коефіцієнтів зміщення між шестернею та колесом може суттєво покращити характеристики передачі, забезпечуючи оптимальний баланс між ефективністю та довговічністю.

У роботі підкреслено, що правильний вибір коефіцієнтів зміщення вихідного контуру дозволяє не лише знизити втрати потужності, але й зменшити рівень шуму та вібрацій під час роботи передачі. Наведено рекомендації для проектування зубчастих передач, що спрямовані на досягнення максимальної ефективності при збереженні високих показників надійності. Зокрема, запропоновано оптимальний діапазон коефіцієнтів зміщення для зубчастих передач із врахуванням їх робочих умов та вимог до навантаження.

Отримані результати свідчать, що модифікація профілю зуба та раціональний розподіл коефіцієнтів зміщення можуть значно покращити робочі характеристики передачі. Представлені висновки мають практичну цінність для інженерів-конструкторів, які працюють над створенням високоефективних зубчастих передач із покращеними експлуатаційними характеристиками.

Ключові слова: зубчаста циліндрична прямозуба передача, коефіцієнт зміщення вихідного контуру, коефіцієнт корисної дії, метод скінчених елементів, багатоциклова контактна міцність, багатоциклова згинальна міцність.

DOI <https://doi.org/10.32782/msnau.2024.4.5>

Вступ. Дослідження зубчастих передач історично були спрямовані на підвищення навантажувальної здатності зубів і оптимізацію ефективності для досягнення довговічності зубчастих передач з мінімальними втратами потужності (Dudley, 1962; Reuleaux, 1887; Niemann & Winter, 2003; Maag Gear Company Ltd., 1990). Втрати на тертя всередині коробки передач призводять до виділення тепла, безпосередньо впливаючи на такі види виходу з ладу шестерні, як задири та контактна втома. Ефективна зубчаста передача мінімізує виділення тепла та краще протистоїть таким неполадкам (Mang, 2007; Hohn & Michaelis, 2004; Hohn et al., 2008; Martins et al., 2007; Cardoso et al., 2009; Magalhães, 2010).

Зменшення шуму та вібрації також є критичними цілями при проектуванні. Ці заходи спрямовані на забезпечення плавної передачі руху та дотримання сучасних стандартів регулювання шуму для безпеки на робочому місці. Загальна втрата коефіцієнту корисної дії в коробці передач спричинена багатьма факторами: залежним від навантаження ділянками з тертям ковзання та кочення між зубцями шестерні, втратами на опір повітря, розбризкуванням масла та його збуренням у коробці передач, а також втратами в підшипниках та ущільненнях (Hohn & Michaelis, 1994; Hohn et al., 1996).

Згадані втрати залежать від навантаження і можуть бути розраховані за різними підходами до розрахунку коефіцієнта тертя між зачепленими зубцями шестерень. На тертя, яке визначається як опір руху на межі двох поверхонь, що знаходяться в контакті ковзання та кочення (сухого або змащеного), значною мірою впливає склад мастила та добавки. Для зменшення втрат на тертя основними є такі параметри, як швидкість ковзання, прикладене навантаження та коефіцієнт тертя вздовж шляху контакту. У (Baglioni et al., 2012) оцінено та проведено порівняння існуючих методологій для прогнозування коефіцієнта тертя для оцінки ефективності передачі в різних робочих умовах і геометріях зачеплення.

Багато теоретичних моделей припускають постійний коефіцієнт тертя вздовж контактної лінії (Denny, 1998; Pedrero, 1999; Michlin & Myunster, 2002), при цьому метод Німана є одним із найбільш широко застосовуваних (Niemann & Winter, 2003). Крім того, в літературі доступні численні емпіричні формули для коефіцієнтів тертя, отримані за даними випробувань передач (Misharin, 1958; Benedict, 1960; Donoghue & Cameron, 1966; Drozdov & Gavrikov, 1967; ISO TC 60, 2000). Серед них Хай Сю (Ху, 2005) пропонує нове рівняння для оцінки локального коефіцієнта тертя, демонструючи його ефективність порівняно з попередніми емпіричними методами.

Зуби шестерні можуть мати модифіковану геометрію зачеплення за коефіцієнтом зміщення вихідного контуру x_1 (Gitin, 1985; Atanasovska, 2006; Chen et al., 2016), щоб уникнути підрізання, збалансувати напруження згинання в шестерні або уникнути загострення зуба. Це досягається шляхом зсуву твірної зубчастої рейки назовні або всередину матеріалу сформованої шестерні. Модифіковані зубчасті колеса мають різні розміри зубів, що може впливати на фазовий зсув між жорсткістю робочої сторони зуба з боку приводу та задньої сторони. Робота досліджує вплив модифікації форми зуба на ефективність зубчастої передачі, зосереджуючись на ключових параметрах для конструкції складного профілю, зокрема на коефіцієнті зміщення вихідного контуру x_1 та його сумі x_1+x_2 . В роботі також визначається також вплив багатоциклової контактної та згинальної міцностей у залежності від x_1 за умови $x_1+x_2=0$.

Регулювання профілю зуба за допомогою x_1 дозволяє зменшити тертя та модифікувати міжцентрову відстань, суттєво впливаючи на навантажувальну здатність і геометрію зачеплення (Niemann & Winter, 2003; Maag Gear Company Ltd., 1990). Для оптимізації визначається загальна сума коефіцієнтів модифікації доповнення, щоб визначити міжцентрову відстань, а потім розподіляється між коефіцієнтами шестерні x_1 і колеса x_2 .

На додачу удар заднього зуба шестерні може статися під невеликим навантаженням або в умовах холостого ходу через неминуче існування люфту шестерні. Це часто спричиняє значне підвищення рівня шуму коробки передач, який може з'явитися або в стані руху («гуркіт»), або в нейтральному стані (шум «холостого ходу») (Guo, 2014; Chen et al., 2012). Нормативні документи на обмеження на рівня шуму від коробки передач стають дедалі жорсткішими, гуркіт передач або шум у режимі холостого ходу все більше й більше хвилюють виробників автомобілів і дослідників передач.

Скрегіт або шум у режимі холостого ходу часто пов'язаний із ударом (або контактом) заднього зуба в частині, що відноситься до контакту поверхонь зубів, які не призначені для передачі сили. Для кращого розуміння є потреба у побудові моделей з урахуванням жорсткості несилкових поверхонь контакту зубів. Незважаючи на те, що в літературі є значна кількість досліджень щодо зміни жорсткості та динаміки зубчастого колеса, мало приділено уваги зміні жорсткості задньої сторони зуба та його впливу на динаміку зубчастого колеса. Модель симетричної жорсткості сторін зуба, що змінюється в часі, яка передбачає однакоvu зміну жорсткості контакту як у передньому (сторона приводу), так і в зворотному (сторона) напрямках, зазвичай використовувалася

в попередніх дослідженнях (Dion et al., 2009; Wang et al., 2002; Yakoub et al., 2004; Divandari et al., 2012; Kahraman & Singh, 1991; Blankenship & Kahraman, 1995). Ця модель ігнорує фазовий зсув між жорсткістю на стороні диска та на задній стороні. Щоб впоратися з цією проблемою, Гуо (Guo, 2014) і Чен (Chen et al., 2012) запропонували змінну в часі модель асиметричної жорсткості. Вони вивели аналітичні рівняння для розрахунку жорсткості задньої сторони на основі жорсткості з боку приводу відповідно. Однак ці методи були застосовні лише до стандартних циліндричних передач. Для прямозубої шестерні з додатковою модифікацією це вплине на фазовий зсув між жорсткістю зі сторони приводу та задньої сторони.

Вплив асиметричної нелінійності жорсткості зубів на динаміку гіпоїдних передач вивчався Вангом і Лімом (Wang & Lim, 2009). Зокрема, було вивчено вплив параметрів асиметричної жорсткості, включаючи середній коефіцієнт жорсткості, варіацію жорсткості сітки та зсув фази жорсткості сітки на динамічну силу відгуку. Слід зазначити, що в їхній роботі асиметрична характеристика вводиться властивою криволінійною формою зуба та зміщенням шестерні в гіпоїдному зачепленні. Однак у поточній роботі досліджується прямозуба передача, яка має однакову середню жорсткість та варіації в її поведінці вперед і назад. Асиметричну характеристику вводять додаткова модифікація, яка може змінювати фазовий зсув між жорсткістю на стороні приводу та на задній стороні. Таким чином, модифікація додаткової частини може вплинути на удар заднього зуба шестерні та динамічну поведінку шестерні щоразу, коли удар двостороннього зуба відбувається через жорсткість з заднього боку.

Слід також згадати роботу Чена (Chen et al., 2012). Основне вдосконалення полягає в тому, що отримано більш загальну функцію жорсткості задньої сторони зуба, яка може врахувати вплив додаткової модифікації, виконаної на профілі зубів шестерні. Крім того, Чен обговорив різницю у динамічному відгуку на помилку передачі (Dynamic transmission error, DTE) при використанні моделі асиметричної жорсткості, що змінюється в часі, і моделі жорсткостей постійних за часом.

Існують чотири методи оптимізації для розподілу x_i : (A) збалансоване специфічне ковзання (KISSsoft AG, 2010), (B) посилювач передачі (KISSsoft AG, 2010), (C) стандарт DIN 3992 (DIN 3992, 1965) і (D) підхід середнього значення Маага (Niemann & Winter, 2003). Ці методи дають різну оцінку навантажувальної здатності, зносостійкості та зниження шуму (Niemann & Winter, 2003).

Стаття організована наступним чином. У вступному розділі коротко представлено деякі попередні дослідження щодо підвищення навантажувальної здатності зубів і оптимізацію ефективності для досягнення довговічності зубчастих передач з мінімальними втратами потужності та жорсткості контакту задньої сторони зуба та її впливу на динаміку зубчастих передач. У другому розділі приведено класичний метод Німана (Метод I) та новітню формулу Хай Сю (Метод II) для визначення коефіцієнтів тертя та коефіцієнтів корисної дії передач

зубчастого прямозубого зачеплення змінної геометрії при варіації коефіцієнта зміщення вихідного контуру x_i ($x_1+x_2=0$). Далі представлено розробку симуляційної моделі та змодельовано її за методом скінчених елементів на основі аналізу перехідних процесів обчислення реакцій системи протягом періоду часу провороту шестерні на один зуб. Нарешті, результати розрахунків висновки зроблені в четвертому розділі.

Матеріали і методи досліджень.

Коефіцієнт тертя і втрати потужності. Приведено класичний метод Німана (Метод I) з новітньою формулою Хай Сю (Метод II), використовуючи дані з роботи Багліоні, Ціанетті та Ланді (Baglioni et al., 2012). Метод I використовує теорію тертя Кулона, припускаючи постійний середній коефіцієнт тертя (μ_m) вздовж контактної лінії, з розрахунками ефективності (DIN 3992, 1965). Метод II, заснований на ньютонівській теорії еластогідродинамічного змащення (EHL), розглядає змінні коефіцієнти тертя вздовж лінії контакту відповідно до моделі Хай Сю (Xu, 2005).

Втрати на тертя є однією з основних втрат при зачепленні, яке визначається прикладеним навантаженням і швидкістю в точці контакту. Зокрема, цей вид втрат в основному актуальний при низькій швидкості, де крутний момент високий, а втрати без навантаження невеликі.

Для оцінки втрат розглянуто два підходи. Основна відмінність між ними полягає в способі врахування коефіцієнта тертя.

Метод I: середній коефіцієнт тертя за Німаном. Дослідження (Martins et al., 2007; Hohn et al., 1996) за Німаном (Niemann & Winter, 2003) підтверджують, що коефіцієнт тертя залежить не лише від прикладеного навантаження, швидкості ковзання та швидкості кочення, але також від шорсткості та властивостей масла.

Таким чином, коефіцієнт тертя повинен бути експериментально оцінений за допомогою відповідного тесту. Одне з найпоширеніших випробувань проводиться за допомогою бурової машини Gear Research Center (FZG) (Martins et al., 2007).

Якщо експериментальних результатів немає, коефіцієнт тертя можна вважати постійним уздовж контактної лінії відповідно до рівняння Німана:

$$\mu_m = 0,048 \cdot \left(\frac{F_{bt}}{V_{\Sigma C} \cdot \rho_C} \right)^{0,2} \cdot \eta_{\text{мастила}}^{-0,05} \cdot Ra^{0,25} \cdot X_L, \quad (1)$$

де Ra – середня поверхнева шорсткість зубів, $V_{\Sigma C}$ – сумарна швидкість (2), $\eta_{\text{мастила}}$ – динамічна в'язкість мастила при робочій температурі, F_{bt} – нормальне навантаження, ρ_C – радіус кривизни профілю зуба в точці кроку, b – ширина поверхні, а X_L – коефіцієнт мастила, який відображає вплив мастила (3).

$$V_{\Sigma C} = 2 \cdot v_t \cdot \sin \alpha_{wt}; \quad (2)$$

$$X_L = \frac{1}{\left(\frac{F_{bt}}{b} \right)^d}. \quad (3)$$

де $d = 0,0651$ для мінеральних мастил (Martins et al., 2007).

Щоб оцінити втрату потужності на тертя, враховуючи лише внесок прикладеного навантаження та швидкості ковзання, необхідно ввести коефіцієнт втрат на передачу H_V :

$$H_V = \frac{\pi}{Z_1 \cdot \cos \beta_b} \cdot \frac{u+1}{u} \cdot (1 - \varepsilon_\alpha + \varepsilon_1^2 + \varepsilon_2^2), \quad (4)$$

де ε_α – коефіцієнт торцевого перекриття, ε_1 – коефіцієнт перекриття контакту для шестерні, ε_2 – коефіцієнт перекриття контакту для колеса, Z_1 – кількість зубів шестерні, u – передаточне число, β_b – кут спіралі основи.

Тоді втрати потужності на тертя $P_{\text{втр}}^{\text{втр}} \text{ оцінюються наступним чином:}$

$$P_{\text{втр}} = P_{\text{заг}} \cdot H_V \cdot \mu_m, \quad (5)$$

де $P_{\text{загальна}}$ – вхідна потужність, H_V – коефіцієнт втрат у передачах, а μ_m – середній коефіцієнт тертя вздовж контактної лінії.

Нарешті коефіцієнт корисної дії (ККД) передачі η знаходиться як:

$$\eta = \frac{P_{\text{заг}} - P_{\text{втр}}}{P_{\text{заг}}} = 1 - H_V \cdot \mu_m. \quad (6)$$

Метод II: змінний коефіцієнт тертя згідно з Хай Сю. Ця методологія, згідно з Хай Сю (Ху, 2005), включає модель аналізу контакту зубчастої передачі та модель коефіцієнта тертя з формулюванням механічної ефективності для прогнозування механічної ефективності зубчастої передачі за типових умов експлуатації.

Модель коефіцієнта тертя використовує нову формулу коефіцієнта тертя на основі ньютонівської моделі термоеластогідродинамічного змащування (EHL); таким чином, якщо такого роду припущення не гарантовано, модель не може бути застосована.

Ця формула отримана шляхом виконання множинного лінійного регресійного аналізу масивних прогнозів EHL за різних умов контакту, щоб оцінити коефіцієнт тертя для кожної точки вздовж лінії контакту.

Його рівняння:

$$\mu = e^{f(SR, P_h, v_0, Ra)} \cdot P_h^{b_1} \cdot |SR|^{b_2} \cdot V_e^{b_3} \cdot \eta_{\text{мастила}}^{b_4} \cdot q_{\text{екв}}^{b_5} \quad (7)$$

де P_h – локальний контактний тиск, ГПа, (Sliding to Roll Ratio) SR – співвідношення між швидкістю ковзання та швидкістю кочення, $\rho_{\text{екв}}$ – еквівалентний радіус кривизни профілю зуба, м.

Важливо зазначити, що в статті Хай Сю динамічна в'язкість мастила називається v_0 , але в роботі позначено $\eta_{\text{мастила}}$ за позначеннями Німана. Також Хай Сю позначає середню поверхневу шорсткість S, але в роботі позначено Ra за позначеннями Німана.

Функція f , яка є експоненціальним членом рівняння (7), залежить також від Ra – середньої поверхневої шорсткості зубів, мкм.

$$f(SR, P_h, v_0, Ra) = b_1 + b_2 \cdot |SR| \cdot P_h \cdot \lg(\eta_{\text{мастила}}) + b_3 \cdot e^{-|SR| \cdot P_h \cdot \lg(\eta_{\text{мастила}})} + b_4 \cdot e^{-Ra}, \quad (8)$$

де значення b -коефіцієнтів витягнуті з лінійної регресії емпіричних даних.

Втрата потужності для кожного сегмента і контактної лінії оцінюється за

$$P_{\text{втр},i} = \mu_i \cdot F_{\text{bt,ефект},i} \cdot |V_{S,i}|, \quad (9)$$

де μ_i – локальний коефіцієнт тертя, $F_{\text{bt,ефект},i}$ – ефективне контактне навантаження на еталонний зуб, а $V_{S,i}$ – локальна швидкість ковзання.

Параметр $\Delta\theta$ визначається за формулою:

$$\Delta\theta = \theta_{\text{поч}} - \theta_{\text{кін}}, \quad (10)$$

відноситься до кута, який досягає зуб колеса, проходячи від початку $\theta_{\text{поч}}$ до кінця $\theta_{\text{кін}}$ і-сегменту контакту, ω_1 – кутова швидкість шестерні.

Втрати енергії L_i уздовж сегмента і:

$$L_i = P_{\text{втр},i} \cdot \frac{\Delta\theta_i}{\omega_1}. \quad (11)$$

Загальна втрата енергії становить:

$$L_{\text{втр}} = \sum_i L_i. \quad (12)$$

Сумарний ККД передачі становить:

$$\eta = \frac{P_{\text{заг}} - L_{\text{втр}}}{P_{\text{заг}}}. \quad (13)$$

Вихідні дані. Розглянуто зубчасті циліндричні прямозубі передачі з геометрією за Таблицею 1 при варіації коефіцієнту зміщення вихідного контуру $x_1 = -0,1; -0,2; 0; 0,1; 0,2; 0,3; 0,4; 0,5$ та $x_1 + x_2 = 0$. Матеріал передачі – сталь 18CrNiMo7-6. Крутний момент на зубчатому колесі $T_2 = 159 \text{ Н}\cdot\text{м}$; кутова швидкість шестерні $\omega_1 = 157,081 \text{ рад/с}$ (відповідає обертовій частоті 1500 об/хв); середня поверхнева шорсткість зубів $Ra = 0,8 \text{ мкм}$. Побудовану геометрію зачеплень показано на рисунку 1.

Дослідження багатоциклових контактної та згинальної міцностей. З метою дослідження багатоциклових контактної та згинальної міцностей побудована симуляційна модель методом скінчених елементів у програмному комплексі Ansys Workbench Software. Розв'язано динамічну задачу перехідного структурного аналізу (transient structural analysis або time-history analysis), що використовується для визначення динамічної реакції зубчастої циліндричної прямозубої передачі під дією повороту шестерні відносно вісі обертання OZ на $360^\circ/z_1 = 20^\circ$, що лінійно зростає від 0° до максимуму за час навантаження $2\pi/(\omega_1 \cdot z_1) = 2,2222 \cdot 10^{-3} \text{ с}$. Цьому переміщенню опирається постійний за часом обертовий момент на колесі $T_2 = 159 \text{ Н}\cdot\text{м}$ на циліндричній посадковій поверхні зубчастого колеса. Часова шкала навантаження є такою, що вплив інерції або демпфування вважається значним. Матеріалом є конструкційна сталь з пружними сталими модулем Юнга I-го роду $E = 2 \cdot 10^{11} \text{ Па}$ та коефіцієнтом Пуассона $\nu = 0,3$. Між шестернею і колесом утворено інтерфейс взаємодії контакту (дотичними напруженнями контакту ковзання знехтувано). Шестерня та колесо мають опори циліндричного шарніру. Посадкові діаметри були обрані конструктивно і становлять 35 мм та 70 мм для шестерні та колеса відповідно. Таким чином геометрія

Геометричні характеристики циліндричної зубчастої передачі зовнішнього зачеплення

Назва та позначення параметра		Шестерня (1)	Зубчасте колесо (2)
Кількість зубів	z_1, z_2	18	36
Модуль, мм	m_n	3	
Кут нахилу зубців на ділильному циліндрі	β	0°00'00"	
Нормальний вихідний контур		ISO 53:1998	
Кут профілю вихідного контуру	α	20°00'00"	
Коефіцієнт висоти головки зуба вихідного контуру	h_a^*	1	
Коефіцієнт радіального зазору вихідного контуру	c^k	0,25	
Коефіцієнт радіусу кривизни перехідної кривої у граничній точці профіля зуба вихідного контуру	ρ_f^k	0,38	
Ширина зубчастого вінця, мм	b	26,7	26,7
Коефіцієнт зміщення вихідного контуру	x	0	0
Ступінь точності		7-C	7-C
Передаточне число	u	2	
Міжосьова відстань, мм	a_w	81	

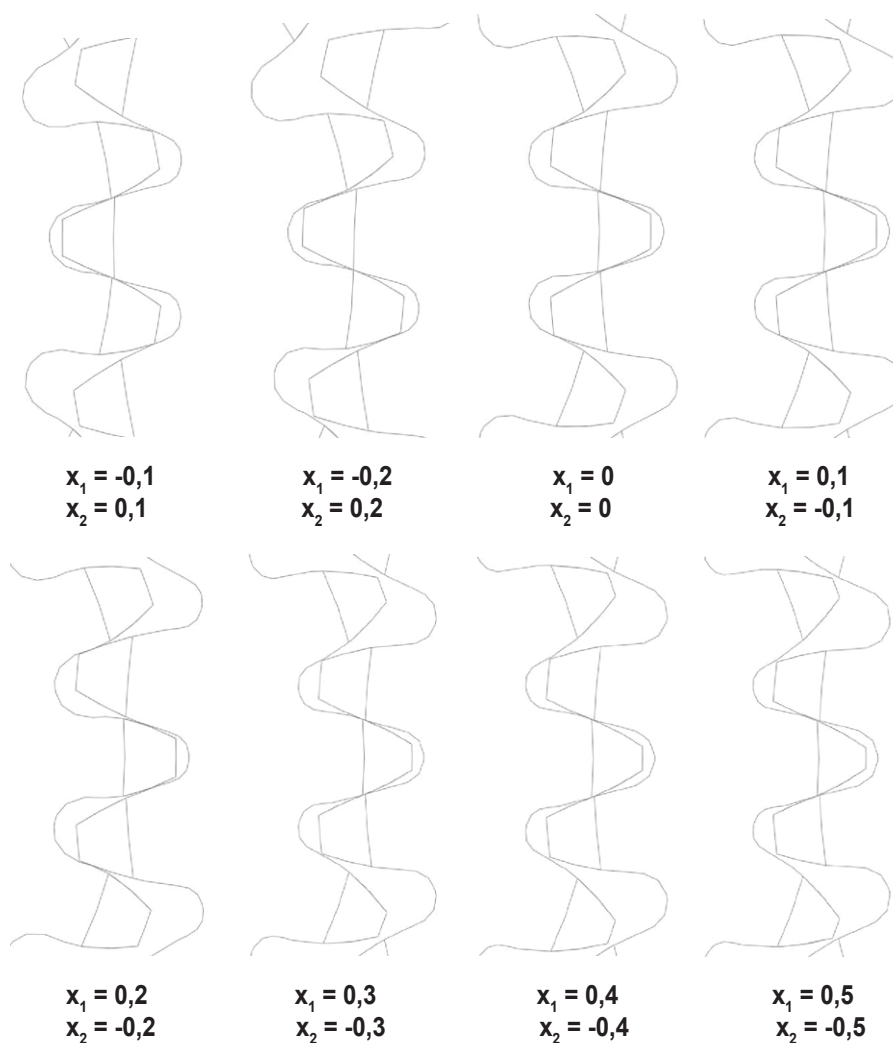


Рис. 1. Геометрія зовнішнього зачеплення циліндричної зубчастої передачі (шестерня ліворуч, зубчасте колесо праворуч)

зборки передачі з властивостями матеріалу та граничними умовами утворює твердотільну модель, показану на рисунку 2, а. Скінченоелементна модель представлена на рисунку 2, б.

Результати. Аналізуючи тенденцію ККД, можна визначити раціональну корекцію форми зуба для розробки передач з низькими втратами потужності (Baglioni et al., 2012).

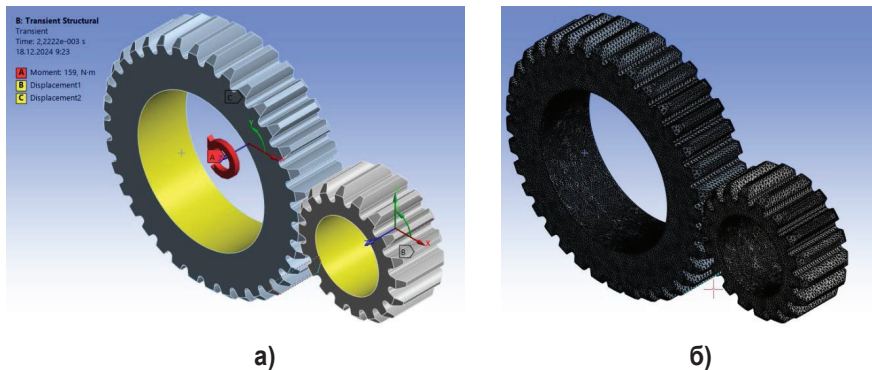


Рис. 2. Твердотільна (а) та скінченоелементна (б) моделі зубчастої циліндричної передачі ($x_1 = x_2 = 0$)

Мащення відбувалося мінеральним маслом 75W90 при робочій температурі 58 °С з динамічною в'язкістю 50 мПа·с відповідно до конструктивних вимог.

Значення b-коефіцієнтів методу II: $b_1 = -8,916465$; $b_2 = 1,033303$; $b_3 = 1,036077$; $b_4 = -1,354068$; $b_5 = 2,812084$; $b_6 = -0,100601$; $b_7 = 0,752755$; $b_8 = -0,390958$; $b_9 = 0,620305$ взято з (Baglioni et al., 2012).

На рисунку 3 показано залежність ККД від коефіцієнту зміщення вихідного контуру відповідно до методу I та II.

З розв'язку задачі перехідного структурного аналізу отримано напружено деформований стан ланок зубчастої прямозубої циліндричної передачі та контактний тиск між ними в залежності від положення зубів при контакті. Знайдено максимальні еквівалентні напруження за IV теорією міцності (за von Mises) для шестерні та колеса на максимальний контактний тиск між зубами зачеплення. Ці значення вважаються максимальними напруженнями для віднульового ($r = 0$ коефіцієнт асиметрії циклу) багаточиклового навантаження передачі. Отриманий розподіл напружень на тиску для $x_1 = x_2 = 0$ приведено на рисунку 4.

Відносні максимальні напруження приведено на рисунку 5. Параметри якості зачеплення приведено у таблиці 2. Пояснення позначень таблиці 2 наведено у таблиці 3.

Дискусія. Докладний аналіз коефіцієнту тертя і втрат потужності за методом I дає змогу зауважити, що найнижчий коефіцієнт тертя досягається при низькому навантаженні та високій швидкості, де актуальними є лише втрати без навантаження, що узгоджується з (Martins et al., 2007; Baglioni et al., 2012; Xu, 2005).

При збільшенні швидкості обертання та підтримання крутного моменту постійним, ККД зростає за рівнянням (1). Зменшення крутного моменту, а з ним і нормального навантаження на зуб та/або збільшення швидкості обертання підвищує ККД, що узгоджується з (Martins et al., 2007; Baglioni et al., 2012).

Можна відзначити, що при збільшенні швидкості обертання, зберігаючи постійний крутний момент, ККД за методом II зростає порівняно з методом I за (Baglioni et al., 2012).

Натомість, зменшуючи крутний момент і збільшуючи швидкість обертання, ККД веде себе інакше ніж за

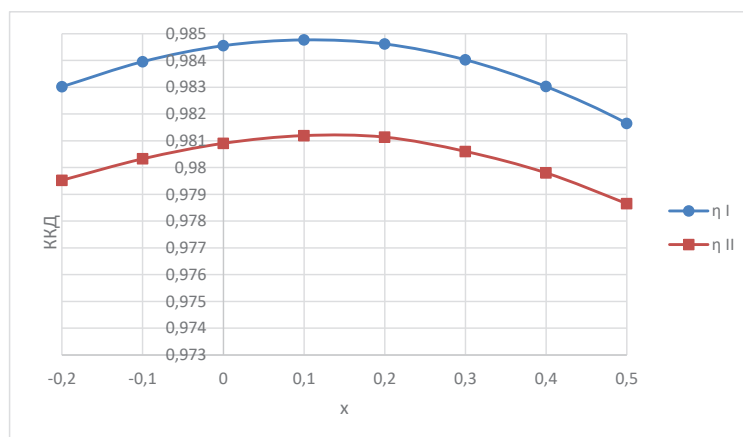


Рис. 3. Залежність ККД від коефіцієнта зміщення вихідного контуру відповідно до методу I та II

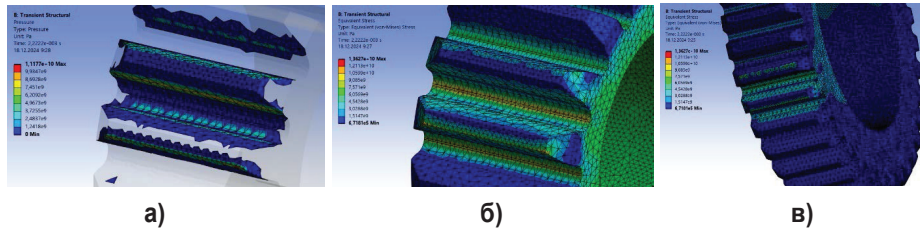


Рис. 4. Розподіл нормальних напружень тиску між поверхнями контакту зубів (а), Па; еквівалентних за IV теорією міцності напружень для шестерні (б) та колеса (в), Па у час спостереження $2,2222 \cdot 10^{-3}$ с ($x_1 = x_2 = 0$)

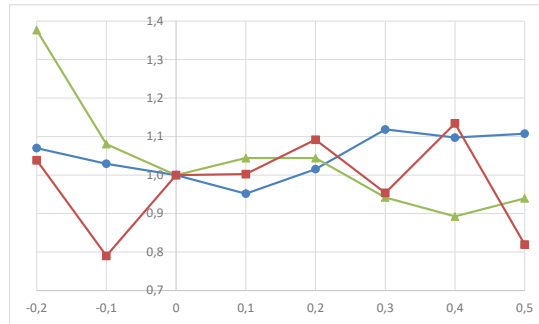


Рис. 5. Залежності від коефіцієнта зміщення вихідного контуру x_1 ($x_1 + x_2 = 0$)
 ● – відношення максимальних згинальних напружень циклу при x_1 до відношення максимальних згинальних напружень циклу при $x_1 = 0$ для шестерні;
 ▲ – відношення максимальних згинальних напружень циклу при x_1 до відношення максимальних згинальних напружень циклу $x_1 = 0$ для колеса;
 ■ – відношення максимальних контактних напружень циклу при x_1 до відношення максимальних контактних напружень циклу при $x_1 = 0$

Таблиця 2

Перевірка якості зачеплення циліндричної зубчастої передачі зовнішнього зачеплення за геометричними показниками

Умова контролю	Коефіцієнт зміщення X (шестерня 1 / зубчасте колесо 2)							
	-0,2	-0,1	0	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5
Умова відсутності підрізу зуба вихідною рейкою $x \geq x_{\min}$	-/+	-/+	+/+	+/+	+/+	+/+	+/+	+/+
Умова відсутності підрізання $\rho_l \geq 0$	-/+	-/+	+/+	+/+	+/+	+/+	+/+	+/+
Умова відсутності інтерференції $\rho_l \leq \rho_p$	-/+	+/+	+/+	+/+	+/+	+/+	+/+	+/+
Умова відсутності загострення $s_{na} \geq 0,4 \cdot m_n$	+/+	+/+	+/+	+/+	+/+	+/+	+/+	+/+
Умова відсутності самоперетину контура виріза зуба ($\varepsilon_\alpha \geq \min \varepsilon_\alpha$)	+/+	+/+	+/+	+/+	+/+	+/+	+/+	+/+

Таблиця 3

Деякі позначення елементів геометрії зубчастого зачеплення

Коефіцієнт найменшого зміщення	x_{\min}
Радіус кривизни в граничній точці профіля зуба, мм	ρ_l
Діаметр положення нижньої точки активного профіля зуба, мм	d_p
Діаметр положення точки перетину евольвенти з перехідною кривою профіля зуба, мм	d_{11}
Нормальна товщина зуба на поверхні вершин, мм	s_{na}
Мінімально рекомендоване значення нормальної товщини зуба на поверхні вершин за поверхневого зміцнення зубів, мм	$0,4 \cdot m_n$
Коефіцієнт торцевого перекриття	ε_α

методом I. Це відбувається тому, що в методі II вплив швидкості та крутного моменту на коефіцієнт тертя змінюється для кожної точки контактної лінії; тоді як теорія Німана (Maag Gear Company Ltd., 1990) приймає середнє значення коефіцієнта тертя вздовж контактної лінії. При навантаженні з дуже високим крутним моментом, еластогідродинамічне змащування не гарантується, і може виникнути задир.

Відмінності між значеннями ефективності двох методів невеликі, вони становлять похибку 0,5% вимірювання (Baglioni et al., 2012). Такі відмінності є несуттєвими в порівнянні з невизначеностями констант, спричиненими дефектами мастила або невеликими відмінностями в умовах експлуатації, що визначаються реальними властивостями зубів (тобто помилки передачі через оптимізовану геометрію кінців зуба за певних робочих умов) та їх дійсне взаємне розташування (жорсткість валу, вплив підшипників тощо).

Моделювання удару заднього зуба в літературі міститься у двох типових випадках. У першому випадку будується динамічна модель зубчастої передачі з 6 степенями свободи, збуджена збудженням кутового прискорення (Xu, 2005; DIN 3992, 1965). У другому випадку традиційна динамічна модель зубчастого колеса SDOF на основі симетричного типу люфту (DIN 3992, 1965). Задача перехідного структурного аналізу могла б бути замінена аналітичними розрахунками на основі зазначеного моделювання. Результати моделювання показують суттєвий вплив на динаміку шестерні в області первинного резонансу, коли відбувається двосторонній удар зуба (DIN 3992, 1965).

Висновки. Аналіз коефіцієнта тертя і втрат потужності за методом I (рисунок 3) дає змогу зробити наступні висновки:

1) Найкраща геометрія для найвищої ефективності має найнижчий коефіцієнт втрат у передачах H_V .

Для циліндричних передач H_V менше за умов: великої кількості зубів шестерні Z_1 , великого передавального співвідношення u , малого коефіцієнта торцевого перекриття ϵ_α і рівних значеннях ϵ_1 і ϵ_2 .

Загалом для більших передавальних чисел u і коефіцієнт тертя збільшується через менші радіуси кривизни ρ_c , але для більших передавальних чисел H_V зменшується. Тоді сприятливий ефект H_V часто надмірно компенсується.

2) Вплив кута спіралі β_b і коефіцієнт торцевого перекриття ϵ_α на втрати потужності є найбільшим. Вплив кута тиску α прямо не показано в рівнянні втрат потужності Німана, але цей параметр міститься в сумі рівнянь швидкості V_{sc} і нормального навантаження F_{bt} .

За допомогою цього методу відносно просто досягти оптимізації конструкції та низьких втрат потужності.

Аналіз рівнянь методу II (рисунок 3) не показує вплив усіх типових параметрів конструкції, що описують зубчасті передачі, крім того, жодним чином не показано інші відповідні параметри, такі як коефіцієнт торцевого перекриття та кут спіралі. Можна зробити такі висновки:

1) Параметр SR має додатний показник, тобто його зменшення покращує ефективність передачі.

2) Середня швидкість V_e має від'ємний показник, якщо вона збільшується, то коефіцієнт тертя очікувано зменшується.

Симуляції скінчено елементних моделей відгуку структурного аналізу дозволяє брати до уваги інерційні складові на наявність ударів при перевизначенні поверхонь контакту при русі зубів. Аналіз рисунку 5 показує практично однаковий контактний тиск на поверхнях дотику зубів з точністю до числового методу розв'язання рівнянь симуляційної моделі. Багатоциклова згинальна міцність колеса росте з ростом коефіцієнта зміщення вихідного контуру x_1 ($x_1 + x_2 = 0$), але це не впливає на загальну багатоциклову згинальну міцність передачі, бо визначальним при проектуванні є шестерня (у досліджуваних випадках). Наявність підрізу та інтерференції зубів у шестернях на малих x_1 (таблиця 2) катастрофічно понижує міцність шестерні та, як наслідок, передачі разом.

Загалом треба зробити висновок, що раціональним є діапазон коефіцієнта зміщення вихідного контуру $x_1 \in [0; 0,1]$, якщо ($x_1 + x_2 = 0$).

Бібліографічні посилання:

1. D.W. Dudley (1962), Gear handbook, McGraw-Hill, New York,
2. Reuleaux, F. (1887) Friction in Toothed Gearing Trans. ASME ASME. 8 45–85 doi: <https://doi.org/10.1115/1.4061782>.
3. G. Niemann, H. Winter (2003) Maschinenelemente – Band 2, Springer-Verlag, Berlin, Germany
4. Maag Gear Company Ltd., Maag gear book: calculation and practice of gear, gear drives, toothed couplings and synchronous clutch couplings, Maag Ltd., Zurich, Switzerland, 1990.
5. Mang, W. Dresel, (2007) Lubricants and lubrication, 2nd Ed. Wiley-VCH, Weinheim, Germany
6. B.R. Hohn, K. (2004) Michaelis, Influence of oil temperature on gear failures, Tribology International 37 (2) 103–109.
7. B.R. Hohn, K. Michaelis, H.P. Otto (2008) Minimised gear lubrication by a minimum oil/air flow rate, Wear 226 (3–4) 461–467.
8. R. Martins, J. Seabra, A. Brito, Ch. Seyfert, R. Luther, A. Igartua, (2007) Friction coefficient in FZG gears lubricated with industrial gear oils: biodegradable ester vs. mineral oil, Tribology International 39 (6) 512–521.
9. N.F.R. Cardoso, R.C. Martins, J.H.O. Seabra, (2009) Micropitting of carburized gears lubricated with biodegradable low-toxicity oils, Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part J: Journal of Engineering Tribology 223 (3) 481–495.
10. L. Magalhães, R. Martins, C. Locatelli, J. Seabra, (2010) Influence of tooth profile and oil formulation on gear power loss, Tribology International 43 (10) 1861–1871.
11. B.R. Hohn, K. Michaelis, (1994) Influence of lubricants on power loss of cylindrical gears, Tribology Transaction 37 161–167.

12. B.R. Hohn, K. Michaelis, T. Vollmer, Thermal rating of gear drives: balance between power loss and heat dissipation, American Gear Manufacturers Association, AGMA Technical Paper, 1996 96FTM8.
13. S. Baglioni, F. Cianetti, L. Landi, (2012) Influence of the addendum modification on spur gear efficiency, Mechanism and Machine Theory, Volume 49, Pp 216-233, ISSN 0094-114X, <https://doi.org/10.1016/j.mechmachtheory.2011.10.007>.
14. C.M. Denny, Mesh Friction in Gearing, AGMA Fall Technical Meeting, 1998, 98FTM2.
15. J.I. Pedrero, (1999) Determination of The Efficiency of Cylindrical Gear Sets, 4th World Congress on Gearing and Power Transmission, Paris, France, March,
16. Y. Michlin, V. Myunster, (2002) Determination of Power Losses in Gear Transmissions with Rolling and Sliding Friction Incorporated, Mechanism and Machine Theory 37 167.
17. Y.A. Misharin, (1958) Influence of The Friction Condition on The Magnitude of The Friction Coefficient in The Case of Rollers with Sliding, Proc. Int. Conf. On Gearing, 1958, Inst. Mech. Eng., London, pp. 159–164.
18. G.H. Benedict, B.W. Kelly, (1960) Instantaneous Coefficients of Gear Tooth Friction, Transactions of ASLEASLE Lubrication Conference, October, 1960, pp. 57–70.
19. J.P. O'Donoghue, A. Cameron, (1966) Friction and Temperature in Rolling Sliding Contacts, ASLE Transactions 9 186–194.
20. Y.N. Drozdov, Y.A. Gavrikov, (1967) Friction and Scoring Under the Conditions of Simultaneous Rolling and Sliding of Bodies, Wear 291–302.
21. ISO TC 60, TR 13989, 2000.
22. H. Xu, (2005) Development of a generalized mechanical efficiency prediction methodology for gear pairs, Ph.D. Thesis, The Ohio State University
23. Gitin M. Maitra, (1985) Handbook of Gear Design, TATA McGraw-Hill Publishing Company Limited, 7 West Patel Nagar, New Delhi 110 008
24. I. Atanasovska, V. Nikolic-Stanojevi, (2006) Influence of addendum modification coefficient on the gear load capacity, Fracture of Nano and Engineering Materials and Structures, in: Proceedings of the 16th European Conference of Fracture, pp. 787–788.
25. Z. Chen, W. Zhai, Y. Shao, K. Wang, (2016) Mesh stiffness evaluation of an internal spur gear pair with tooth profile shift, Sci. China Technol. Sci. 59 1–12.
26. Y. Guo, L.S. Randolph, R.G. Parker, (2014) Analytical determination of back-side contact gear mesh stiffness, Mech. Mach. Theory 78 263–271.
27. Z. Chen, Y. Shao, T.C. Lim, (2012) Non-linear dynamic simulation of gear response under the idling condition, Int. J. Automot. Technol. 13 541–552.
28. J. Dion, S.L. Moyne, G. Chevallier, H. Sebbah, (2009) Gear impacts and idle gear noise: experimental study and non-linear dynamic model, Mech. Syst. Signal Process. 23 2608–2628.
29. M. Wang, W. Zhao, R. Manoj, (2002) Numerical modeling and analysis of automotive transmission rattle, J. Vib. Control 8 921–943.
30. R.Y. Yakoub, M. Corrado, A. Forcelli, T. Pappalardo, S. Dutre, Prediction of system-level gear rattle using multibody and vibro-acoustic techniques, SAE Papers No. 2004-32-0063.
31. M. Divandari, B.H. Aghdam, R. Barzamani, (2012) Tooth profile modification and its effect on spur gear pair vibration in presence of localized tooth defect, J. Mech. 28 373–381.
32. W. Yu, C.K. Mechefske, (2016) Analytical modeling of spur gear corner contact effects, Mech. Mach. Theory 96 146–164.
33. A. Kahraman, R. Singh, (1991) Interactions between time-varying mesh stiffness and clearance non-linearities in a geared system, J. Sound Vib. 146 135–156.
34. G.W. Blankenship, A. Kahraman, (1995) Steady state forced response of a mechanical oscillator with combined parametric excitation and clearance type nonlinearity, J. Sound Vib. 185 743–765. 37.
35. J. Wang, T.C. Lim, (2009) Effect of tooth mesh stiffness asymmetric nonlinearity for drive and coast side on hypoid gear dynamics, J. Sound Vib. 319 885–903.
36. KISSsoft AG, KISSsoft calculation program for machine design, 2010 Hombrechtikon, Switzerland.
37. DIN 3992, Addendum modification of external spur and helical gears, 1/3/1964.
38. Wennian Yu, Chris K. Mechefske, Markus Timusk, (2017) Influence of the addendum modification on spur gear back-side mesh stiffness and dynamics, Journal of Sound and Vibration, Volume 389, Pages 183-201, ISSN 0022-460X, <https://doi.org/10.1016/j.jsv.2016.11.030>.

Dumanchuk M. Yu., Candidate of Technical Sciences, Associate Professor, Sumy National Agrarian University, Sumy, Ukraine

Ivchenko O. V., Candidate of Technical Sciences, Associate Professor, Sumy National Agrarian University, Sumy, Ukraine

Zhyhylii D.O., Candidate of Technical Sciences, Associate Professor, Sumy State University, Sumy, Ukraine

Zavhorodnii D. M., Student, Sumy National Agrarian University, Sumy, Ukraine

Kozin V. M., Candidate of Technical Sciences, associate professor, Sumy National Agrarian University, Sumy, Ukraine

Influence of the addendum modification on spur gear transmission efficiency

The paper presents an in-depth analysis of the efficiency of spur cylindrical gear transmissions depending on the addendum modification coefficient. The study focuses on enhancing the load-bearing capacity of the gear teeth, optimizing

efficiency, and ensuring transmission durability with minimal power losses. Additional emphasis is placed on reducing noise and vibrations caused by backlash-induced impacts on the trailing teeth and analysing the fatigue contact and fatigue bending strengths of the gear teeth.

The research aims to determine the influence of the addendum modification coefficient on the operational performance of gear transmissions. The finite element method (FEM) is utilized to evaluate the deflected mode parameters of the teeth and the contact pressure at different points along the meshing line. The study examines the effect of the addendum modification χ_1 and χ_2 on the efficiency, noise, and vibrations of the transmissions. It also explores power losses as a function of contact geometry variations resulting from tooth profile modifications.

A detailed comparison is provided between two approaches for calculating power losses: the classical Niemann method, which assumes a constant average friction coefficient along the contact line, and Hai Xu's modern methodology, which incorporates a variable friction coefficient based on non-Newtonian elastohydrodynamic lubrication (EHL) theory. The article includes simulations of localized energy losses in individual segments of the contact line and their integration to determine overall transmission efficiency metrics.

The study also assesses the impact of the addendum modification coefficient on the fatigue contact and fatigue bending strengths of the gear teeth. Stress and contact pressure calculations under multi-cycle loading conditions illustrate the dependence of the stress state of the teeth on the profile's geometric parameters. It is demonstrated that a rational distribution of addendum modification coefficients between the pinion and the gear can significantly improve transmission performance, achieving an optimal balance between efficiency and durability.

The research emphasizes that selecting appropriate addendum modification coefficients not only reduces power losses but also decreases noise and vibration levels during operation. The article provides design recommendations for spur gear transmissions aimed at achieving maximum efficiency while maintaining high reliability. Specifically, an optimal range of addendum modification coefficients is proposed, tailored to various operational conditions and load requirements.

The results indicate that tooth profile modification and the rational distribution of addendum modification coefficients can significantly enhance the working characteristics of gear transmissions. The conclusions presented have practical value for design engineers working on the development of high-efficiency gear transmissions with improved operational performance.

Key words: spur gear transmission, addendum modification, efficiency coefficient, finite element method, fatigue contact strength, fatigue bending strength.