

МОДЕЛЮВАННЯ КОЧЕННЯ ЖОРСТКОГО ЦИЛІНДРА ПО ПОВЕРХНІ ҐРУНТУ

Зубко Владислав Миколайовичкандидат технічних наук, доцент
Сумський національний аграрний університет
ORCID: 0000-0002-2426-2772
e-mail: zubkovladislav@ukr.net**Жигилій Дмитро Олексійович**кандидат технічних наук, доцент
Сумський державний університет
ORCID: 0000-0002-7063-7213
e-mail: zhigilyi.d@gmail.com**Соколік Сергій Петрович**старший викладач
Сумський національний аграрний університет
ORCID: 0000-0003-4496-8681
e-mail: Sokolik1009@gmail.com**Руденко Віктор Аркадійович**кандидат технічних наук, доцент
Сумський національний аграрний університет
ORCID: 0000-0001-7319-2451
e-mail: rudvik1942@ukr.net

Виявлення та видалення плужної підшви є важливою задачею. Сучасні безконтактні пристрої для виявлення плужної підшви не використовуються багатьма агропроблемниками через їх високу вартість, а розробка нового більш дешевого сканера дасть можливість невеликим господарствам досліджувати ущільнення ґрунту та вживати необхідних заходів для його розпушування. Особливістю пристрою, який ми розробляємо, є те, що його робочий орган (диск або сфера) проникає в ґрунт на невелику глибину. Метою даного дослідження є в рамках використаної моделі в'язкопружного шару отримати силові коефіцієнти впливу на циліндр, що забезпечують його рівномірне кочення при проникненні в неуцільнений в'язкопружний шар ґрунту. У цій роботі вирішується задача кочення абсолютно жорсткого циліндра по в'язкопружному шару неуцільненого ґрунту, зчепленому з недеформаційною напівплощиною, що імітує підшви плуга, за наявності зон зчеплення та ковзання в зоні контакту. При формулюванні задачі не враховується податливість циліндра і напівплощини, а для опису властивостей шару ґрунту використовується модель Кельвіна, яка має обмежену в'язкопружну повзучість.

Ключові слова: плужна підшва, в'язко-пружний шар, модель Кельвіна, відносна ковзання, тертя кочення.

DOI: <https://doi.org/10.32845/msnau.2021.2.2>

Постановка проблеми. Плужна підшва — це ущільнений шар у ґрунті, що виникає внаслідок тиску площини робочих органів ґрунтообробних знарядь при роботі на однаковій глибині. Культури дуже чутливі до стану ґрунту, зокрема до його щільності. Ущільнення ґрунту знижує його водопоглинання, погіршує повітрообмін, порушує ріст кореневої системи рослин, збільшує навантаження на ґрунтообробні машини, збільшує витрату палива та знос робочих органів, скорочує термін служби знарядь. Тому виявлення та видалення підшви плуга є важливим завданням [1, 2].

Існує багато різних методів визначення глибини підшви плуга, починаючи від ручного вимірювання пенетрометрами і закінчуючи мобільними сканерами, які вимірюють безконтактно. Актуальним є питання зменшення собівартості виконання операцій визначення глибини залягання плужної підшви по всій площі поля.

Аналіз останніх досліджень і публікацій. Для вимірювання твердості ґрунтів використовують пенетрометри - прилади, призначені для введення в ґрунт металевих тіл (плунжерів) певної форми з мінімальним порушенням струк-

тури ґрунту. Пенетрометри бувають динамічними і статичними. У першому з них плунжер вводиться в ґрунт за допомогою удару або падіння тягаря (маси). Статичні пенетрометри вводять плунжер у ґрунт повільно й поступово, уникаючи динамічного ефекту [2-4].

Існує величезна кількість приладів для вимірювання твердості ґрунту. Найпоширенішими з них є твердоміри Горячкіна, Ревякіна, Висоцького та ін. Завдяки своїй простоті та надійності, твердомір Ревякіна отримав найбільшу популярність.

Велику кількість пенетрометрів (Кіріче, Кунце, Флореску-Целлінгера, Гетке та ін.) використовуються також у дослідницькій практиці країн Східної Європи. Їх відмінною рисою є використання не тільки плоских і клиноподібних плунжерів, а й багатьох інших форм. Це розширює можливості вивчення різних типів опорів ґрунтів. Ці пенетрометри доступні і прості у використанні. Але вони не дають можливості отримати точні дані про твердість ґрунту на великій площі. Щоб отримати більше даних, краще використовувати мобільні наземні сканери. Наприклад, SoilXplorer – безконтактний датчик для кар-

тографування та зміни глибини обробітку ґрунту за допомогою електромагнітних сигналів для вимірювання провідності ґрунту. За цією ознакою можна визначити зони типу ґрунту, відносної водності, а також площі ущільнення. За допомогою чотирьох приймальних котушок за один прохід «досліджуються» чотири різних шари від 0–25 см, 15–60 см, 55–95 см та 85–115 см. Його можна дуже легко інтегрувати в інші робочі процеси [4, 5].

Ми розробляємо більш дешеву технічну систему визначення глибини плужної підшви порівняно з існуючими сканерами ґрунту. Наша технічна система дозволить отримувати дані як під час виконання обробітку ґрунту, так і окремо. Ці дані можна буде використовувати для оптимального управління глибоким обробітком ґрунту.

Мета досліджень – в рамках використаної моделі в'язкопружного шару отримати силові коефіцієнти впливу на циліндр, що забезпечують його рівномірне кочення при проникненні в неуцільнений в'язкопружний шар ґрунту.

Результати досліджень. Розглянемо завдання в плоскій постановці для жорсткого циліндра і основи, що складається з в'язкопружного неуцільненого шару ґрунту товщиною h , зчепленого з жорсткою напівплощиною плужної підшви. Циліндр котиться в основі з постійною лінійною швидкістю V та відповідною кутовою швидкістю ω з проковзуванням. Лінія контакту циліндра та основи описується функцією

$f(x) = -\frac{x^2}{2 \cdot R}$, де R – радіус циліндра. Нехай (x', y') – нерухома система координат, пов'язана з основою, та (x, y) – рухома, пов'язана з циліндром, що котиться (рис. 1), так що

$$x' = x + V \cdot t; \quad (1)$$

$$y' = y. \quad (2)$$

Циліндр знаходиться під дією вертикальної сили P , що діє за нормаллю до поверхні ґрунтового в'язкопружного шару, і сили реакції P_1 , спрямованої їй протилежно, а також тангенціальної сили T і сили опору T_1 , що діє в протилежному напрямку.

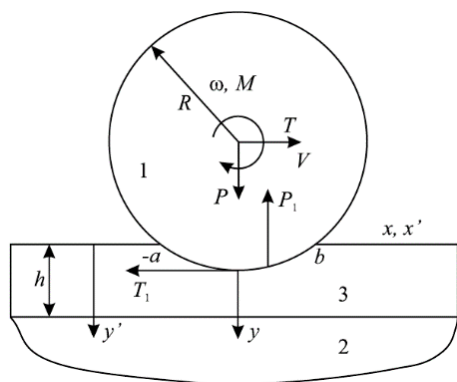


Рис. 1. Схема контакту циліндра (1) і в'язкопружного ґрунтового шару (3), зчепленого з жорсткою основою плужної підшви (2): a, b – координати меж області контакту; M – рушійний момент

Для опису нормальної та тангенціальної податливості неуцільненого ґрунтового шару використовується модель Кельвіна, яка є послідовним з'єднанням пружини та елемента Фойгта, володіючи обмеженою повзучістю [6]:

$$g + T_\varepsilon \cdot \frac{\partial g}{\partial t} = \frac{h}{E_L} \cdot \left(p + T_\sigma \cdot \frac{\partial p}{\partial t} \right); \quad (3)$$

$$u + T_\varepsilon \cdot \frac{\partial u}{\partial t} = \frac{h}{E_L} \cdot \left(p + T_\sigma \cdot \frac{\partial \tau}{\partial t} \right); \quad (4)$$

де u і u – нормальне та тангенціальне переміщення в'язкопружного ґрунтового шару; T_ε, T_σ – часи післядії та релаксації (у прийнятій моделі часи післядії та релаксації у різних напрямках вважаються однаковими); E_L – тривалий модуль пружності; $p(x)$ – нормальне напруження; $\tau(x)$ – тангенціальна напруга на площі контакту

У рухомій системі координат співвідношення (3) і (4) набудуть вигляду:

$$g + T_\varepsilon \cdot V \cdot \frac{\partial g}{\partial x} = \frac{h}{E_L} \cdot \left(p + T_\sigma \cdot V \cdot \frac{\partial p}{\partial x} \right); \quad (5)$$

$$u + T_\varepsilon \cdot V \cdot \frac{\partial u}{\partial x} = \frac{h}{E_L} \cdot \left(p + T_\sigma \cdot V \cdot \frac{\partial \tau}{\partial x} \right); \quad (6)$$

В умовах тертя кочення площа контакту циліндра та основи $x \in (-a; b)$ розбивається на зони зчеплення Ω_A і проковзування Ω_S [6]. У підобласті ковзання абсолютне значення тангенційної напруги пов'язане з нормальною напругою за законом Кулона – Амонта, а тангенційна напруга спрямована протилежно швидкостям проковзування:

$$|\tau(x)| = \mu \cdot p(x), \quad x \in \Omega_S \quad (7)$$

У разі повного ковзання рівність (7) виконується по всій області контакту циліндра та основи. У підобласті зчеплення Ω_A рівні швидкості контактуючих точок циліндра та в'язкопружного шару. Для тангенціальних зсувів точок циліндра виконується співвідношення.

$$\frac{du_1}{dx} = \Delta, \quad y = 0, \quad x \in \Omega_S; \quad (8)$$

$$\Delta = \frac{V - \omega \cdot R}{V}, \quad (9)$$

де Δ – величина відносного проковзування.

В зоні зчеплення Ω_A має місце нерівність:

$$|\tau(x)| \leq \mu \cdot p(x), \quad x \in \Omega_A \quad (10)$$

Для всіх точок області контакту виконується співвідношення для нормальних переміщень:

$$g = d - \frac{x^2}{2 \cdot R}, \quad x \in (-a; b), \quad (11)$$

де d – глибина занурення циліндра у ґрунт.

Співвідношення (5)–(9) використовуються для розрахунку розподілу контактних нормальних та дотичних напруг в області контакту циліндра з в'язкопружним ґрунтовым шаром, що лежить на жорсткій напівплощині плужної підшви.

У прийнятій моделі в'язкопружного ґрунтового шару нормальні та тангенціальні контактні напруги не залежать одне від одного, тому проведемо розрахунок розподілу кон-

тактної нормальної напруги на площі контакту окремо. Вважається, що циліндр здійснює усталений рівноперемінний рух, тобто $V=\text{const}$, $a=\text{const}$, $b=\text{const}$ і $d=\text{const}$. Глибина заля-

гання плужної підшви вважається постійною $h=\text{const}$, інакше слід говорити про середню по полю глибину h . Зі співвідношень (4), (6) та (9) отримуємо:

$$d - \frac{x^2}{2 \cdot R} + T_\varepsilon \cdot V \cdot \frac{\partial \left(d - \frac{x^2}{2 \cdot R} \right)}{\partial x} = \frac{h}{E_L} \cdot \left(p + T_\sigma \cdot V \cdot \frac{\partial p}{\partial x} \right), \quad x \in (-a; b); \quad (12)$$

$$d - \frac{x^2}{2 \cdot R} + T_\varepsilon \cdot V \cdot \left(\frac{\partial d}{\partial x} - \frac{2 \cdot x}{2 \cdot R} \right) = \frac{h}{E_L} \cdot \left(p + T_\sigma \cdot V \cdot \frac{\partial p}{\partial x} \right);$$

$$\frac{E_L}{h} \cdot \left[-\frac{x^2}{2 \cdot R} - T_\varepsilon \cdot V \cdot \frac{x}{R} + d \right] = p + T_\sigma \cdot V \cdot \frac{\partial p}{\partial x};$$

$$\frac{\partial p}{\partial x} + \frac{1}{T_\sigma \cdot V} \cdot p + \frac{E_L}{T_\sigma \cdot V} \cdot \left[\frac{x^2}{2 \cdot R} + T_\varepsilon \cdot V \cdot \frac{x}{R} - d \right] \cdot \frac{1}{h} = 0;$$

$$p(x) = \alpha(x) \cdot \beta(x); \quad \frac{\partial p}{\partial x} = \frac{\partial \alpha(x)}{\partial x} \cdot \beta(x) + \alpha(x) \cdot \frac{\partial \beta(x)}{\partial x};$$

$$\frac{\partial \alpha(x)}{\partial x} \cdot \beta(x) + \alpha(x) \cdot \frac{\partial \beta(x)}{\partial x} + \frac{1}{T_\sigma \cdot V} \cdot \alpha(x) \cdot \beta(x) + \frac{E_L}{T_\sigma \cdot V} \cdot \left[\frac{x^2}{2 \cdot R} + T_\varepsilon \cdot V \cdot \frac{x}{R} - d \right] \cdot \frac{1}{h} = 0;$$

$$\alpha(x) \cdot \left(\frac{\partial \beta(x)}{\partial x} + \frac{1}{T_\sigma \cdot V} \cdot \beta(x) \right) + \left[\frac{\partial \alpha(x)}{\partial x} \cdot \beta(x) + \frac{E_L}{T_\sigma \cdot V} \cdot \left[\frac{x^2}{2 \cdot R} + T_\varepsilon \cdot V \cdot \frac{x}{R} - d \right] \cdot \frac{1}{h} \right] = 0;$$

$$\begin{cases} \frac{\partial \beta(x)}{\partial x} + \frac{1}{T_\sigma \cdot V} \cdot \beta(x) = 0; \\ \frac{\partial \alpha(x)}{\partial x} \cdot \beta(x) + \frac{E_L}{T_\sigma \cdot V} \cdot \left[\frac{x^2}{2 \cdot R} + T_\varepsilon \cdot V \cdot \frac{x}{R} - d \right] \cdot \frac{1}{h} = 0; \end{cases}$$

$$\frac{\partial \beta(x)}{\partial x} = -\frac{1}{T_\sigma \cdot V} \cdot \beta(x);$$

$$\int \frac{d\beta(x)}{\beta(x)} = -\int \frac{1}{T_\sigma \cdot V} \cdot dx;$$

$$\ln |\beta(x)| + \ln |C_1| = -\frac{1}{T_\sigma \cdot V} \cdot x;$$

$$\beta(x) = e^{-\frac{1}{T_\sigma \cdot V} \cdot x};$$

$$\begin{cases} \beta(x) = e^{-\frac{1}{T_\sigma \cdot V} \cdot x}; \\ \frac{\partial \alpha(x)}{\partial x} \cdot e^{-\frac{1}{T_\sigma \cdot V} \cdot x} + \frac{E_L}{T_\sigma \cdot V} \cdot \left[\frac{x^2}{2 \cdot R} + T_\varepsilon \cdot V \cdot \frac{x}{R} - d \right] \cdot \frac{1}{h} = 0; \end{cases}$$

$$\frac{\partial \alpha(x)}{\partial x} \cdot e^{-\frac{1}{T_\sigma \cdot V} \cdot x} = -\frac{E_L}{T_\sigma \cdot V} \cdot \left[\frac{x^2}{2 \cdot R} + T_\varepsilon \cdot V \cdot \frac{x}{R} - d \right] \cdot \frac{1}{h};$$

$$\int d\alpha(x) = -\frac{E_L}{T_\sigma \cdot V} \cdot \frac{1}{h} \cdot \left[\frac{1}{2 \cdot R} \cdot \int x^2 \cdot e^{\frac{1}{T_\sigma \cdot V} \cdot x} \cdot dx + \frac{T_\varepsilon \cdot V}{R} \cdot \int x \cdot e^{\frac{1}{T_\sigma \cdot V} \cdot x} \cdot dx - d \cdot \int e^{\frac{1}{T_\sigma \cdot V} \cdot x} \cdot dx \right];$$

$$\alpha(x) = -\frac{E_L}{T_\sigma \cdot V} \cdot \frac{1}{h} \cdot \left[\frac{1}{2 \cdot R} \cdot \left(e^{\frac{1}{T_\sigma \cdot V} \cdot x} \cdot (T_\sigma \cdot V \cdot x^2 - 2 \cdot T_\sigma^2 \cdot V^2 \cdot x + 2 \cdot T_\sigma^3 \cdot V^3) \right) + \right.$$

$$\left. + \frac{T_\varepsilon \cdot V}{R} \cdot \left(e^{\frac{1}{T_\sigma \cdot V} \cdot x} \cdot (T_\sigma \cdot V \cdot x - T_\sigma^2 \cdot V^2) \right) - d \cdot T_\sigma \cdot V \cdot e^{\frac{1}{T_\sigma \cdot V} \cdot x} \right] + C;$$

$$\alpha(x) = -\frac{E_L}{T_\sigma \cdot V} \cdot \frac{1}{h} \cdot e^{\frac{1}{T_\sigma \cdot V} x} \cdot T_\sigma \cdot V \cdot \left[\left((x^2 - 2 \cdot T_\sigma \cdot V \cdot x + 2 \cdot T_\sigma^2 \cdot V^2) \right) + (2 \cdot (x - T_\sigma \cdot V)) - 2 \cdot d \right] + C;$$

$$\alpha(x) = -\frac{E_L}{T_\sigma \cdot V} \cdot \frac{1}{h} \cdot e^{\frac{1}{T_\sigma \cdot V} x} \cdot T_\sigma \cdot V \cdot \left[x^2 - 2 \cdot T_\sigma \cdot V \cdot x + 2 \cdot T_\sigma^2 \cdot V^2 + 2 \cdot x - 2 \cdot T_\sigma \cdot V - 2 \cdot d \right] + C;$$

$$\alpha(x) = -\frac{E_L}{2 \cdot R} \cdot \frac{1}{h} \cdot e^{\frac{1}{T_\sigma \cdot V} x} \cdot \left[x^2 - 2 \cdot (T_\sigma \cdot V - 1) \cdot x + 2 \cdot (T_\sigma \cdot V - 1) \cdot T_\sigma \cdot V - 2 \cdot d \right] + C;$$

$$\alpha(x) = -\frac{E_L}{2 \cdot R} \cdot \frac{1}{h} \cdot e^{\frac{1}{T_\sigma \cdot V} x} \cdot \left[x^2 - 2 \cdot (T_\sigma \cdot V - 1) \cdot (x - T_\sigma \cdot V) - 2 \cdot d \right] + C;$$

$$p(x) = \alpha(x) \cdot \beta(x) = -e^{\frac{1}{T_\sigma \cdot V} x} \cdot \frac{E_L}{2 \cdot R} \cdot \frac{1}{h} \cdot e^{\frac{1}{T_\sigma \cdot V} x} \cdot \left[x^2 - 2 \cdot (T_\sigma \cdot V - 1) \cdot (x - T_\sigma \cdot V) - 2 \cdot d \right] - C \cdot e^{\frac{1}{T_\sigma \cdot V} x};$$

$$p(x) = -\frac{E_L}{2 \cdot R} \cdot \frac{1}{h} \cdot \left[x^2 - 2 \cdot (T_\sigma \cdot V - 1) \cdot (x - T_\sigma \cdot V) - 2 \cdot d \right] + C \cdot e^{-\frac{1}{T_\sigma \cdot V} x}.$$

У свою чергу розподіл поверхню контакту нормальних напруг інтегрально утворює силу P , що вдавлює циліндр у неущільнений ґрунтовий шар, отже мають місце рівняння рівноваги – сума проєкцій усіх сил на вертикальну вісь:

$$P + \int_{-a}^b \left[-\frac{E_L}{2 \cdot R} \cdot \frac{1}{h} \cdot \left[x^2 - 2 \cdot (T_\sigma \cdot V - 1) \cdot (x - T_\sigma \cdot V) - 2 \cdot d \right] + C \cdot e^{-\frac{1}{T_\sigma \cdot V} x} \right] \cdot dx = 0;$$

$$P = \left\{ \frac{E_L}{2 \cdot R} \cdot \frac{1}{h} \cdot \left[\frac{x^3}{3} - 2 \cdot (T_\sigma \cdot V - 1) \cdot \left(\frac{x^2}{2} - T_\sigma \cdot V \cdot x \right) - 2 \cdot d \cdot x \right] + C \cdot T_\sigma \cdot V \cdot e^{-\frac{1}{T_\sigma \cdot V} x} \right\} \Bigg|_{-a}^b;$$

$$P = \frac{E_L}{2 \cdot R} \cdot \frac{1}{h} \cdot \left[\frac{b^3 + a^3}{3} - 2 \cdot (T_\sigma \cdot V - 1) \cdot \left(\frac{b^2 - a^2}{2} - T_\sigma \cdot V \cdot (b + a) \right) - 2 \cdot d \cdot (b + a) \right] + C \cdot T_\sigma \cdot V \cdot \left(e^{-\frac{1}{T_\sigma \cdot V} b} - e^{-\frac{1}{T_\sigma \cdot V} a} \right).$$

Константа інтегрування визначається для конкретного ґрунту за передпиковим значенням P при досягненні d глибини залягання плужної підшви h . Припускаємо також, що для нев'язких ґрунтів допустимо для практичних розрахунків вважати $a \approx b$.

Висновки. Розглянуто 2D-контактну задачу для жорсткого циліндра, що котиться на тонкому в'язкопружному

шарі, поєднаному з жорсткою напівплощиною. Для опису в'язкопружних властивостей шару ґрунту використовується модель Кельвіна. Представлено метод розрахунку нормального та напружень зсуву у зоні контакту. Досліджено розподіл контактних напружень та залежність коефіцієнта зчеплення від відносного ковзання для різних значень коефіцієнта тертя ковзання та параметрів в'язкості шару.

Список використаної літератури.

1. Гаврилов С. Проблема плужної підшви у ґрунті та шляхи її вирішення [Електронний ресурс] / С. Гаврилов // Пропозиція. – 2017. – Режим доступу до ресурсу: <https://propozitsiya.com/ua/problema-pluzhnoyi-pidoshvi-u-grunti-ta-shlyahi-yiyi-virishennya>.
2. Бойко І. Майстер по «підшви» [Електронний ресурс] / І. Бойко // AgroONE №60. – 2020. – Режим доступу до ресурсу: <https://www.agroone.info/publication/majster-po-pidoshvi/>.
3. Дергун Р. Інтегрований обробіток [Електронний ресурс] / Р. Дергун // The Ukrainian Farmer. – 2020. – Режим доступу до ресурсу: <https://agrotimes.ua/article/integrovanuj-obrobitok/>.
4. Переушільнення ґрунту. Причини, наслідки та рішення. [Електронний ресурс] // АМАКО Україна. – 2019. – Режим доступу до ресурсу: <https://amaco.com.ua/pereuplotnenie-pochvy-prichiny-posledstviya-i-resheniya/>.
5. Бромот І. Ущільнення ґрунту. Все, що треба знати [Електронний ресурс] / І. Бромот // Traktorist.ua. – 2019. – Режим доступу до ресурсу: <https://traktorist.ua/articles/873-uschilnennya-gruntu-vse-scho-treba-znati>.
6. Горячева И.Г. Механика фрикционного взаимодействия. М.: Наука, 2001. – 480 с.

Zubko V.M., Sumy National Agrarian University (Ukraine)

Zhyhylii D.O., Sumy State University (Ukraine)

Sokolik S.P., Sumy National Agrarian University (Ukraine)

Rudenko V.A., Sumy National Agrarian University (Ukraine)

Modeling the rolling of a rigid cylinder on the soil surface

Detection and removal of the plow sole is an important task. Modern contactless scanners are not available for most farms due to the high price, and our device will allow small farms to investigate soil compaction and take the necessary measures to loosen it. The peculiarity of the device we are developing is that its working body (disk or sphere) penetrates into the soil to a small depth. The aim of this study is, within the framework of the used model of the viscoelastic layer, to obtain the force factors of the impact on the cylinder, ensuring its uniform rolling when penetrating into the uncompacted viscoelastic soil layer. This work solves the problem

of rolling an absolutely rigid cylinder on a viscoelastic layer of uncompacted soil, interlocked with a non-deformable half-plane that simulates a plow sole, in the presence of adhesion and slippage zones in the contact area. When formulating the problem, the compliance of the cylinder and half-plane is not taken into account, and to describe the properties of the soil layer, the Kelvin model is used, which has a limited viscoelastic creep.

Key words: *plow sole, viscoelastic layer, Kelvin model, relative slip, rolling friction.*

Дата надходження до редакції: 13.04.2021