

## АНАЛІЗ КІНЕМАТИКИ РУХУ ПОЛЬОВИХ АГРЕГАТІВ ЗІ ВСІМА КЕРОВАНИМИ КОЛЕСАМИ

**Довжик Михайло Якович**кандидат технічних наук, професор  
Сумський національний аграрний університет, м. Суми, Україна  
ORCID: 0000-0002-1627-4888  
dovgukm@ukr.net**Сіренко Юлія Володимирівна**доктор філософії, старший викладач  
Сумський національний аграрний університет, м. Суми, Україна  
ORCID: 0000-0003-1818-3653  
sirenko.ula2018@gmail.com**Калнагуз Олексій Миколайович**старший викладач  
Сумський національний аграрний університет, м. Суми, Україна  
ORCID: 0000-0003-1710-8416  
fakyltet-mex@ukr.net

*Рух агрегатів по кривих – найскладніший елемент руху в польових умовах.*

*Основна частина часу робіт польових агрегатів присвячена криволінійному руху, коли траєкторія змінюється за бажанням водія або в наслідок зовнішніх збурень, або в наслідок зміни деяких параметрів під час руху. Траєкторія колісної машини – це траєкторія її кінематичного центру. Не має принципової відмінності між трактором і автомобілем, так як функціональні якості під час криволінійного руху однакові. В даний час теоретичні та експериментальні методи дослідження криволінійного руху не в достатній мірі розроблені для колісних та тракторних поїздів при виконанні робіт.*

*Метою наукового дослідження є аналіз кінематики криволінійного руху енергетичних засобів зі всіма керованими колесами в складі польових агрегатів на розворотних смугах. В аналізі літературних джерел використовувались методи теоретичного аналізу математичних моделей кінематики неусталеного руху польових агрегатів, систематизація параметрів, послідовний аналіз характеристик. У багатьох статтях світових науковців зроблено спроби отримати рівняння траєкторії криволінійного руху польових агрегатів з отриманням математичних моделей криволінійного руху, але вони надто складні для використання їх на практиці.*

*Колісна машина з керованими передніми і задніми осями, при однакових кутах повороту відповідних коліс, може забезпечити в два рази менший радіус, ніж колісна машина з однією керованою віссю. Це призводить до скорочення необхідної ширини поворотної смуги, збільшенню довжини гонів, підвищенню продуктивності роботи агрегату, значному зменшенню кількості пошкоджених рослин на засіяних поворотних смугах, зменшенню механіко-технологічних властивостей ґрунту.*

*У висновках наукового дослідження наведена необхідність створення математичних рівнянь, які описують криволінійний рух польових агрегатів зі всіма керованими колесами, які більш прості і придані для використання на практиці та для моделювання будь-яких видів розворотів при виконанні робіт сільськогосподарського призначення.*

**Ключові слова:** рух по криволінійним траєкторіям, машинний агрегат, кінематика руху, поворот, траєкторія.

DOI <https://doi.org/10.32845/msnau.2022.2.3>

**Вступ.** Однією з найважливіших сучасних завдань тракторобудування є автоматизація управління агрегатами. Трактори рухаються траєкторіями, які мають як криволінійний напрямок зі змінним значенням кривизни, так і прямолінійний характер робіт сільськогосподарського призначення. Криволінійний рух (поворот) присутній у роботі будь-якої транспортної чи тягової машини. Теорія повороту налічує безліч різних моделей руху.

Слід зазначити, що процес криволінійного руху вивчений недостатньо. Істотно має відмінність криволінійного руху енергетичного засобу з технологічною робочою машиною по криволінійних траєкторіях від прямолінійного руху. Застосовується кінематичний спосіб повороту у більшості транспортних засобів, за рахунок повороту

щодо остова машини керованих коліс у площині, паралельній площині руху. Набагато складніше вивчення кінематики та динаміки криволінійного руху машин. Це потребує більш детального вивчення багатьох факторів, що впливають на керованість, стабільність та надійність руху енергетичного засобу.

Причина дослідження криволінійного руху – це впровадження практично автоматичного управління польових агрегатів (ПА) під час проведення польових операцій при вирощуванні сільськогосподарських культур.

При виконанні операцій колісними тракторами та сільськогосподарськими машинами, внаслідок збурень з боку опорної поверхні, дії сил інерції та нахилу опорної поверхні відбувається відхилення від заданої

траєкторії руху ПА. При цьому створюються похибки, відбувається збільшення шляху та підвищення витрати палива, витрата насіння та добрив. При спробах збільшити швидкість руху водій не встигає реагувати на відхилення і змушений знизити швидкість, що негативно впливає на продуктивність його роботи (*Penjushkin, 2011*).

Забезпечення точною інформацією про положення агрегату щодо заданої траєкторії необхідне для повної автоматизації управління роботою ПА. Саме задана траєкторія руху агрегату називається траєкторією управління. Саме вона є теоретичною функцією криволінійного руху, яку необхідно отримати для будь-яких переміщень агрегату з високою точністю. Теоретичні дослідження вимагають насамперед отримання математичних рівнянь траєкторії руху під час повороту та розвороту як для агрегатів з передніми керованими колесами (*Melnik, 2017*), так і для агрегатів зі всіма керованими колесами.

Розвороти тракторного агрегату в умовах невеликих розмірів полів, становлять значну частину загального обсягу робіт. В результаті розворотів отримуємо ущільнену, деформовану земельну площу. Фактично це втрати родючості ґрунту. Тому питання економічної ефективності оптимізації криволінійного руху тракторного агрегату має все більш практичного значення.

Залишається ще мало вивченим питання економії енерговитрат – непродуктивних витрат енергії – розвороти тракторних агрегатів під час роботи на полях. Дорога завдовжки багато десятків кілометрів проходить ПА під час роботи. Шлях складається з робочих циклів, які мають часто криволінійний характер, та холостих поворотів. Дуже важливо, щоб якнайменше був холостий шлях агрегату. Вибір способу руху ПА і є основним завданням кінематики та динаміки руху агрегату. З виконанням вимог: максимальна продуктивність при найменших витратах палива та мінімальний вплив на ґрунт.

У сучасній науковій літературі робляться спроби описати криволінійний рух машини аналітичними рівняннями. Науковці присвячують багато світових наукових праць планування розворотів та поворотів ПА під час проведення технологічних операцій для управління агрегатами та машинами за допомогою систем автоматизації. Це дає можливість вибрати найбільш раціональний спосіб руху машини.

Завдання моделювання повороту є складання аналітичних рівнянь руху по криволінійних траєкторіях. Здійснюються роботи з автоматизації управління навісним та причіпним обладнанням, механізмами самого трактора, настав час комплексної автоматизації ПА, яка забезпечить: покращення умов роботи, якість роботи, підвищення продуктивності, скорочення витрат насіння та засобів механізації. Автоматизація управління – це база для роботизації тракторів (*Shipilevskij, 2005*).

Існує потреба у дослідженні криволінійного руху трактора, пов'язана з розворотами агрегатів під час виконання робіт. Щоб скоротити непродуктивні витрати потужності та мінімізувати пошкодження ділянок поля на розворотних смугах, маневри необхідно зробити найбільш раціональними. Підвищується негативний вплив рушіїв на ґрунт. Вирішення цих завдань забезпечується

завдяки детальному аналізу кінематики та динаміки криволінійного руху ПА. Для цього необхідно отримати результат у вигляді рівнянь траєкторій руху криволінійного характеру.

**Матеріали і методи досліджень.** При проведенні теоретичного аналізу застосовувалися методи системного підходу до досліджень кінематики руху; методи систематизації з визначенням характеристик кінематики, зв'язок та взаємовплив між ними; методи оцінки, перевірки, статистичного послідовного аналізу даних, що базуються на математичному моделюванні нелінійного руху польових агрегатів з використанням теорії диференціальних рівнянь вищої математики; абстрагування – обґрунтування основних параметрів у результаті теоретичного аналізу параметричних рівнянь координат центру тяжкості трактора з усіма керованими колесами криволінійного руху.

**Результати.** Дослідженню та вивченню траєкторії повороту чи розвороту будь-якого транспортного засобу чи ПА під час польових робіт присвячено багато наукових статей світових дослідників. Зокрема у статті (*Song, 2013*) розглянуто спробу оптимізувати дорожні точки та продемонструвати створення запланованого шляху для автономних тракторів-косарок. На підставі схем роботи було заплановано алгоритм планування шляху для автономної косарки-трактора. В результаті польових досліджень було отримано деякий збіг даних, особливо в точках повороту. У статті (*Al-khayyt, 2018*) для отримання траєкторії криволінійного руху пропонується використовувати змінену траєкторію лінійного відрізка з траєкторією параболічної ділянки LSPB з оптимізацією рою частинок (PSO), щоб змусити траєкторію LSPB проходити через зазначені точки шляху. Результати моделювання показали хорошу роботу взаємодії зміненої траєкторії LSPB з PSO лише у перевірених випадках. Цей метод дуже простий і можна використовувати для оперативного планування шляху.

В науковій праці (*Beljaev, 2016*) запропоновані аналітичні вирази для визначення кінематичних параметрів криволінійного руху колісної машини, які можуть бути використані для більшості кінематичних способів повороту, якщо приймати при розрахунках рівними нулю кути поворотів відповідних коліс, що дозволить і на стадії проектування, і в процесі експлуатації колісної машини з високим ступенем точності оцінити кінематику її повороту.

У статті (*Kambarov, 2016*) наведено результати експериментальних досліджень визначення параметрів траєкторії руху чотириколісного бавовняного трактора на базі трактора Кейс 4240Х із шестирядним культиватором на розворотній смузі бавовняного поля. За допомогою пристрою встановлених маркерів у кожному колесі та по осі трактора визначали на поверхні поля траєкторію руху. В результаті були отримані експериментальні польові траєкторії, які потім перетворили на форму таблиці з координатами X і Y для відтворення теоретичної траєкторії руху.

В роботі (*Fomin, 2017*) представлена динамічна математична модель сталого криволінійного руху для навантажувально-транспортного агрегату. За основу для

моделювання взята просторова схема агрегату, яка дає можливість врахувати перерозподіл нормальних реакцій при криволінійному русі. В результаті експериментально були отримані траєкторії руху з урахуванням уводу при максимальному положенні керованих коліс.

Час повороту займає значну частину операцій виконуваних тракторними та навісними агрегатами, особливо на полях з короткими пробігами. Нераціонально зроблені повороти значно збільшують ширину поворотних смуг, суттєво збільшуючи холостий хід агрегату навісного обладнання та трактора, що негативно впливає на ефективність роботи. У науковій статті (Bulgakov, 2019, 2020) теоретично проаналізовано поворотну здатність асиметричного агрегатно-тракторного агрегату з урахуванням його швидкості руху та конструктивних параметрів. Отримані аналітичні рівняння дозволили здійснити чисельне моделювання для оцінки маневреності повороту агрегатно-тракторного агрегату на розворотній смузі з огляду на причіпну асиметричну валкову жатку з тракторним агрегатом. Трактори повинні бути обладнані відповідними пристроями, які можуть автоматично регулювати швидкість руху трактора на поворотній смузі або середню кутову швидкість повороту провідних коліс, щоб забезпечити необхідний показник маневреності.

В статті (Backman, 2012) представлений новий вид навігаційної системи для сільськогосподарських машин. Основна увага приділяється управлінню траєкторією, де представлено відстеження шляху з прогнозуванням нелінійної моделі для трактора та системи причепа. Сільськогосподарська мета полягає в русі таким чином, щоб валки розташовувалися рівно пліч-о-пліч, без перекриттів і зазорів. Отже, метою цього дослідження було контролювати поперечне положення знаряддя, що буксирується, і утримувати його близько до прилеглої лінії руху. Суміжну лінію руху було локально виявлено за допомогою лазерного 2D-сканера. Вимірювання курсу за допомогою GPS було покращено за рахунок використання інерційного вимірювального блоку та окремого фільтру Калмана ЕКФ. Для вирішення навігаційної задачі використовувалось нелінійне моделювання з прогнозуванням (NMPC). Метою було створення системи, яка могла б мати принаймні ту саму точність, що й людина-водій. Достатньою вимогою до точності було не більше 10 см бічної помилки при швидкості 12 км/год. Результати, представлені у статті, показують, що мету було досягнуто, і NMPC є можливим методом точного відстеження шляху.

В статті (Bouzar, 2020) для створення найкращих траєкторій за критерієм ефективності для автономного колісного мобільного робота з причепом (AWMRT) між початковою та кінцевою ситуаціями була використана методологія, яка враховує кінематичні та динамічні можливості коліс мобільного робота. В результаті було проведено кілька досліджень для пошуку розв'язків проблеми планування траєкторії, оптимальних за часом виконання. Підхід, що використовується, є розширенням підходу випадкового профілю (RPA) для планування траєкторії тракторів з причепами. Цей підхід заснований

на перетворенні вихідного завдання на задачу параметричної оптимізації з обмеженнями, в якій одним із параметрів є час виконання завдання.

В статті (Moussa, 2010) запропоновано схему планування траєкторії для одноколісного мобільного робота з обмеженнями швидкості, крутних моментів та кривизною траєкторії за мінімальний час. Метод планування траєкторії заснований на ділення шляху на ділянки безперервної кривизни, що складаються з кривих і прямих ліній. Вздовж кожної частини забезпечується трапецієподібний профіль як для лінійної, так і для кутової швидкості. Наведено формули та алгоритм планування траєкторій руху робота з виходом на задані координати траєкторії руху.

В статті (Yue, 2018) представлений скоординований підхід до керування тракторно-прицепним транспортним засобом, завдяки якому можна відстежувати траєкторії. Координований контроль складається з багаторівневих контролерів, кожен з яких побудований за різними алгоритмами. У зв'язку з цим на рівні кінематики для окремого проектування регулятора постави використовуються лінійний квадратичний регулятор і модельний прогнозний контроль (MPC); щоб розробити динамічний контролер для відстеження бажаних швидкостей, створених он-лайн.

У роботі (Zhou, 2019) представлено метод проектування керування для реалізації планарного поворотного руху двоколісного перевернутого маятника із затримкою введення. Особливістю даної роботи є застосування теорії планарної кривої при проектуванні контролера. З запропонованого дизайну контролю можна вивести два основні моменти. Одна – для того, щоб рухається по кривій цільової траєкторії, важливо добре відстежувати кривизну кривої цільової траєкторії. Запропонована конструкція забезпечує похибку відстеження позиції значно зменшену в порівнянні з використанням нединамічної цілі стеження. Використання прямої швидкості як цільової дає змогу значно зменшити накопичену помилку, викликану початковою помилкою швидкості, а оптимальний контролер траєкторії легко визначити, просто розв'язавши алгебраїчні рівняння Ріккати. Чисельне моделювання показує, що за допомогою розробленого контролера не тільки добре відстежується задана крива траєкторії, а й добре стабілізується перевернутий маятник.

В статті (Latif, 2020) розглянута проблема спрямованої нестабільності комбінації вантажівки та причепа при прямому русі була досліджена шляхом розробки динамічної моделі плоскої динаміки твердого тіла системи. Дві стратегії керування були розроблені на основі еталонної моделі після конфігурації контролера. Різні сценарії водіння та дорожні умови, були розглянуті такі, як маневр гальмування та прискорення зі спущеною шиною на сухій дорозі та маневр з подвійною зміною смуги на слизькій дорозі. Загалом, результати моделювання продемонстрували перевагу контролера ковзного режиму над контролером зворотного зв'язку з інтегральним плюсом у забезпеченні кращого відстеження комбінації вантажівки та причепа до цільового шляху при різних маневрах водіння.

В статті (Binh, 2019) розглянутий тракторний причіпний колісний мобільний робот (TTWMR), який рухається вздовж трактора для відстеження заданої бажаної траєкторії. Основні труднощі стабілізації та контролю відстеження TTWMR пов'язані з нелінійними та недопущеними системами, на яких діють неголономні обмеження. Розроблено модель TTWMR і перетворено модель помилки відстеження в трикутну форму, щоб запропонувати закон керування та адаптивний закон. Запропонований адаптивний закон продовжується для вирішення проблеми з невідомими параметрами. Моделювання реалізовано для демонстрації ефективних характеристик запропонованого адаптивного закону та запропонованого закону керування.

У статті (Yue, 2020) викладено про ефективний підхід до планування траєкторії на основі квінтичного полінома та надійний метод прогнозного керування на основі трубчастої моделі (RTMPC) для системи тракторно-причепного транспортного засобу. Для реалізації планування траєкторії вводиться квінтична поліноміальна функція на основі часу, яка враховує безпеку, комфорт та ефективність руху транспортної системи. Після цього пропонується схема RTMPC, що складається з номінального системно-орієнтованого модельного контролера з прогнозуванням і закону керування допоміжним зворотним зв'язком, щоб побудувати регулятор положення, щоб можна було досягти сприятливих перехідних характеристик для процесу відстеження траєкторії.

У науковій праці (Zhou, 2020) наведено загальну структуру для системи тракторних причепів у середовищі, де заборонено глобальну систему позиціонування (GPS). У порівнянні з існуючими методами, цей підхід надає перевагу надійному, оптимізованому за вартістю та легкому у реалізації рішення. По-перше, для досягнення точного руху по траєкторії тонко введено датчик сили. На основі нещодавно отриманої динамічної моделі трактора розробляється надійний контролер. Розроблено новий візуально-інерціальний оцінювач, який дозволяє в реальному часі оцінювати швидкість трансляції та положення для динамічного керування зворотним зв'язком. Теорію Ляпунова доведено стабільність запропонованої системи оцінювання та контролю. Для демонстрації доцільності підходу проводяться повномасштабні експерименти.

Коли частка рухається по плавній кривій, має виконуватися умова нульової бічної швидкості. Таким же чином різні колісні конструкції стримуються таким неголономним обмеженням, коли вони рухаються вздовж гладких кривих на площині. У роботі (Zhou 2020) розроблений відповідний надійний контролер для відстеження відносно кривизни кривої траєкторії цілі на основі динамічного відстеження цілі, так що колісна мобільна конструкція може точно слідувати кривій траєкторії цілі. Теоретичний аналіз і результати моделювання показують, що метод динамічного відстеження цілі може по суті вирішити проблему, що початкова похибка швидкості є достатньо великою, а похибка положення постійно накопичується.

У роботі (Kassaeiyan, 2020) вперше детально описані різноманітні конфігурації TTWR, які є результатом контр-

олерів відстеження траєкторії, орієнтованих на вихід. Потім розробляється контролер відстеження траєкторії повного стану, що не тільки гарантує асимптотичну стабілізацію вихідних помилок, але також дозволяє TTWR слідувати заданим шляхам як у прямому, так і в зворотному русі. Відповідь запропонованого кінематичного регулятора порівнюється з одним із найвідоміших попередніх досліджень для підтвердження переваг запропонованого регулятора. Нарешті, результати експерименту підтверджують роботу запропонованого контролера на практиці. Проблема відстеження траєкторії TTWR є складною, оскільки вони є дуже нелінійними, недостатньо спрацьованими та системами з багатьма входами та багатьма виходами.

Для підвищення характеристик маневреності, а також керованості та стійкості колісного трактора способи його криволінійного руху на поворотній смузі вибираються з врахуванням конкретних умов роботи. Існують різні варіанти вирішення цього завдання. Одним з варіантів вирішення цієї задачі є виведення параметричних рівнянь для визначення поточних координат теоретичної кривої траєкторії для руху трактора «Крабом» на несталому етапі повороту (Beljaev, 2020).

У статті (Fashutdinov, 2020) для машинно-тракторних агрегатів з колісно-гусеничним рушієм з напівзчпним ходом отримані теоретичні формули визначення фактичного радіуса повороту, моменту опору повороту і моменту обертання. Теоретичні передумови підтверджуються експериментальними дослідженнями маневреності машинно-тракторного агрегату з трактором на напівзчпним ходом, виконаним в якості експериментального зразка.

В науковій праці (Zhou, 2021) представлено підхід відстеження кривизни для колісної мобільної конструкції трактор-причеп (TTWMS), так що причіп може точно відстежувати потрібну криву траєкторії. Ключовий закон руху, пов'язаний з функціями кривизни траєкторних кривих, виявлено вперше в термінах тягача та причепа з неголономними обмеженнями. Потім, на основі цього ключового закону руху, крива траєкторії цілі причепа перетворюється на динамічну мету стеження, що відповідає рівнянню динаміки TTWMS, щоб перетворити початкову задачу руху в загальну задачу керування стеженням. Результати моделювання показують, що запропонований метод може змусити TTWMS точно слідувати заданій кривій траєкторії цілі.

Щоб забезпечити точне відстеження траєкторії та задовільне навантаження та розвантаження ґрунту для системи вирівнювання землі на основі трактор-скребок на основі глобальної навігаційної супутникової системи (GNSS), в статті (Jing, 2021) був розроблений новий метод керування. На основі кінематичної моделі розраховано закон регулювання кута повороту. Метод був підтверджений за допомогою польових експериментів, під час яких систему вирівнювання землі на основі трактор-скребок керували для відстеження заданих шляхів на вологому полі для завершення автономної операції вирівнювання землі. Результати експерименту показали, що порівняно з продуктивністю відстеження шляху

методу чистого контролю переслідування середньоквадратична помилка сумарних бічних відхилень трактора та скрепера за запропонованим способом зменшено на 0,433 та 0,169 м відповідно при повороті на розвороті. Результати показали, що запропонований метод може забезпечити точне відстеження траєкторії.

У роботі (Murillo, 2022) представлено нову нелінійну математичну модель зчленованої системи тягач-причіп, яку можна використовувати в поєднанні з методами віддалення горизонту для покращення виконання завдань зчленованих систем відстеження шляху. Завдяки своїм подвійним механізмам керування цей тип транспортних засобів може бути дуже корисним у точному сільському господарстві, зокрема для посіву, обприскування та збирання врожаю на невеликих полях. Модель зчленованої системи тягач-причіп була вбудована в контролер нелінійної моделі з прогнозуванням, а положення причепа відстежувалося. При розгляді кінематики причепа відхилення положення причепа було суттєво зменшено не тільки на прямій дорозі, але й на поворотах на повороті. Використовуючи запропоновану математичну модель, ми змогли контролювати положення самого причепа, а не положення трактора.

**Обговорення.** При проведенні критичного порівняльного аналізу математичних моделей криволінійного руху в наукових статтях учених слід зауважити, що:

1. У статті (Kambarov, 2016) були отримані експериментальні польові траєкторії, які потім перетворили на форму таблиці з координатами X і Y для відтворення теоретичної траєкторії руху, але метод отримання траєкторії складний, так як с початку вимагає проведення експерименту, а тільки потім дає можливість отримання траєкторії руху розвороту чотириколісного бавовняного трактора, тим саме ускладнює моделювання криволінійної траєкторії будь якого енергетичного засобу;

2. у науковій праці (Penjushkin, 2011) наведено рівняння закону управління автомобіля, з параметрами, що входять до нього, такими як кривизна, бічне переміщення, поздовжнє переміщення, але формули визначення цих параметрів відсутні. Рівняння закону керування автомобіля застосовується тільки для автомобіля з передніми керованими колесами, для енергетичного засобу зі всіма керованими колесами рівняння не придатні;

3. у науковій статті (Zavrzhnov, 2019) описаний досвід отримання траєкторії руху автономного трактора-косарки з передніми керованими колесами на полях із травою з отриманням експериментальних точок руху. За даними експериментальних кривих руху косарки було запропоновано алгоритм планування шляху, але з самих рівнянь руху трактора-косарки з їхньої висновки і параметри не наведено;

3. у науковій статті (Bulgakov, 2019) теоретично проаналізовано поворотну здатність асиметричного агрегатно-тракторного агрегату з урахуванням його швидкості руху та конструктивних параметрів. Отримані аналітичні рівняння з чисельним моделювання для оцінки маневреності повороту агрегатно-тракторного агрегату на розворотній смузі. Описаний експери-

мент отримання кінематичних параметрів та траєкторії на розворотній смузі розглянутий для трактора з передніми керованими колесами. Придатність застосування рівнянь для енергетичного засобу зі всіма керованими колесами не наведено;

4. в статті (Song, 2013) розглянуто спробу створення запланованого шляху для автономних тракторів-косарок. На підставі схем роботи було заплановано алгоритм планування шляху для автономної косарки-трактора, але самих рівнянь траєкторії шляху автономних тракторів-косарок і придатність алгоритму планування шляху для інших енергетичних засобів не наведено;

5. в роботі (Fomin, 2017) представлена динамічна математична модель сталого криволінійного руху для навантажувально-транспортного агрегату. В результаті експериментально були отримані траєкторії руху з урахуванням вводу при максимальному положенні керованих коліс. В статті наведена велика кількість математичних рівнянь, але вони надто складні для застосування на практиці;

6. в статті (Backman, 2012) представлений новий вид навігаційної системи для сільськогосподарських машин, де представлено відстеження шляху з прогнозуванням нелінійної моделі для трактора та системи причепа. Результати, представлені у статті, показують, що мету було досягнуто, і даний метод є можливим для точного відстеження шляху. Однак необхідні подальші дослідження, щоб адаптувати метод до інших видів сільськогосподарських машин та не наведено рівнянь відстеження шляху для трактора та системи причепа;

7. в статті (Bouzar, 2020) було проведено кілька досліджень для пошуку розв'язків проблеми планування траєкторії, оптимальних за часом виконання. В результаті були отримані рівняння для траєкторії руху, але вони складні для використання на практиці та експериментально не перевірені на адекватність у реальних умовах;

8. в статті (Moussa, 2010) запропоновано схему планування траєкторії для одноколісного мобільного робота з обмеженнями швидкості, крутних моментів та кривизною траєкторії за мінімальний час. Це складне завдання, особливо якщо враховується динаміка, що потребує значного періоду виконання. Наведено формули та алгоритм планування траєкторій руху робота з виходом на задані координати траєкторії руху, проте не отримано кінцевих рівнянь руху;

9. багато робіт світових науковців (Zhou, 2019, 2020, 2021; Latif, 2020; Yue, 2020) присвячені розробці різних видів контролерів, на основі теорії планарної кривої для відстеження потрібної кривої траєкторії колісних мобільних роботів, та порівнянні контролерів на практиці. Наведено формули та алгоритм планування траєкторій руху робота з виходом на задані координати траєкторії руху, проте не отримано кінцевих рівнянь руху.

**Висновки.** У багатьох статтях зроблено спроби отримати рівняння траєкторії криволінійного руху польових агрегатів. При цьому були використані як наближені методи, так і точні математичні моделі, але вони надто складні для використання їх на практиці.

Відповідно до мети даного дослідження було отримано результати:

1. проведений літературний аналіз наукових статей досліджень з питань кінематики криволінійного руху машинно-тракторних агрегатів та автомобіля, внаслідок якого було встановлено, що відомі розрахункові формули для дослідження кінематики повороту трактора та автомобіля мають суттєві недоліки при їх виведенні, та у деяких не встановлений взаємозв'язок між початково-вихідними даними і відсутні

прості аналітичні рівняння криволінійного руху агрегату з усіма керованими колесами функції повороту остова трактора в параметричній формі для використання на практиці. Тому виникає необхідність створення математичних рівнянь, які описують криволінійний рух польових агрегатів зі всіма керованими колесами, які більш прості і придані для використання на практиці та для моделювання будь-яких видів розворотів при виконанні робіт сільськогосподарського призначення.

#### Бібліографічні посилання:

1. Al-khayyt, SZS. (2018). Creating Through Points in Linear Function with Parabolic Blends Path by Optimization Method. *Al-Khwarizmi Engineering Journal*, 14(1): 77-89. doi: 10.22153/kej.2018.10.005
2. Backman, J, Oksanen, T, Visala, A, (2012). Navigation system for agricultural machines: Nonlinear model predictive path tracking. *Computers and Electronics in Agriculture* 82: 32–43.
3. Beljaev, A. N. & Trishina, T. V. (2016). Issledovanie kinematiki povorota kolesnogo traktora. [Investigation of the kinematics of turning a wheeled tractor] *Vestnik Voronezhskogo gosudarstvennogo agrarnogo universiteta*, 1(48), 115–120. (in Russia). doi: <https://doi.org/10.17238/issn2071-2243.2016.1.115>
4. Beljaev, A. N., Orobinskij, V. I., Shackij, V. P., Trishina, T. V., Sheredekin, V. V. & Vysockaja, I. A. (2020) Opredelenie teoreticheskoj traektorii dvizhenija traktora pri povorote «krabom». [Determination of the theoretical trajectory of the tractor when turning "crab"]. *Vestnik Voronezhskogo gosudarstvennogo agrarnogo universiteta*, 1(64), 42–49 (in Russia). doi: <https://doi.org/10.17238/issn2071-2243.2020.1.42>
5. Bulgakov, V., Pascuzzi, S. & Beloev, H. (2019). Theoretical Investigations of the Headland Turning Agility of a Trailed Asymmetric Implement-and-Tractor Aggregate. *Agriculture, MDPI, Open Access Journal*, 9(10), 1-11. doi: <https://doi.org/10.3390/agriculture9100224>
6. Binh, N.T., Tung, N.A., Nam, D.P. et al. (2019). An Adaptive Backstepping Trajectory Tracking Control of a Tractor Trailer Wheeled Mobile Robot. *Int. J. Control Autom. Syst.* 17, 465–473 <https://doi.org/10.1007/s12555-017-0711-0>
7. Bouzar, A, Essaidi, O, Lakhal, V, Coelen, A, Belarouci, M, Haddad, R, Merzouki (2020). Trajectory Planning For Autonomous Wheeled Mobile Robots With Trailer, *IFAC-PapersOnLine*, 53(2):9766-9771. doi: 10.1016/j.ifacol.2020.12.2657
8. Bulgakov, V., Pascuzzi, S., Beloev, H. & Ivanovs, S. (2019). Theoretical Investigations of the Headland Turning Agility of a Trailed Asymmetric Implement-and-Tractor Aggregate. *Agriculture, MDPI, Open Access Journal*, 9(10): 1-11. doi: 10.3390/agriculture9100224
9. Fashutdinov, M., Khafizov, M., Galiev, I., Gabdrifikov, F. & Khaliullin, F. (2020). Research of dynamics of turning of machine-tractor aggregate with tractor on wheeled-crawler mover. [BIO Web Conf. International Scientific-Practical Conference "Agriculture and Food Security: Technology, Innovation, Markets, Human Resources" (FIES 2019) (2019, November 13-14)], 17, Kazan. (in Russia). doi: <https://doi.org/10.1051/bioconf/20201700056>
10. Fomin, C.D. (2017) Matematicheskaja model' dlja issledovanija neustanovivshegosja krivolinejnogo dvizhenija pogruzочно-transportnogo agregata [Mathematical model for investigation of uninstalled curvilinear movement of a load-transport unit (LTU)] *Izvestija Nizhnevolskogo agrouniversitetskogo kompleksa: nauka i vysshee professional'noe obrazovanie. Napravlenie. Tehnicheskie nauki*, 1(45). – P. 226–234 (in Russia).
11. Jing, Y., Liu, G., Luo, C. (2021). Path tracking control with slip compensation of a global navigation satellite system based tractor-scraper land levelling system, *Biosystems Engineering*, Volume 212, Pages 360-377, ISSN 1537-5110, <https://doi.org/10.1016/j.biosystemseng.2021.11.010>
12. Kambarov, B. (2016, July 28-29). Jeksperimental'noe opredelenie parametrov traektorii dvizhenija kul'tivatornogo mashinno-traktornogo agregata na povorotnoj polose hlopkovogo polja [Experimental determination of the parameters of the movement trajectory tiller machine and tractor units on the headland cotton field] *European Research: Innovation in Science, Education and Technology: Sb. st. po mat.: XVIII mezhd. nauch.-prakt. konf., №7(18), (pp.21-24). London (in United Kingdom).*
13. Kassaeiyan, P., Alipour, K., Tarvirdizadeh, B. (2020). A full-state trajectory tracking controller for tractor-trailer wheeled mobile robots, *Mechanism and Machine Theory*, Volume 150, 103872, ISSN 0094-114X, <https://doi.org/10.1016/j.mechmachtheory.2020.103872>
14. Latif, A., Chalhoub, N. & Pilipchuk, V. (2020). Control of the nonlinear dynamics of a truck and trailer combination. *Nonlinear Dyn* 99, 2505–2526. <https://doi.org/10.1007/s11071-019-05452-1>
15. Melnik, V., Dovzhyk, M., Tatyanchenko, B., Solarov, O., Sirenko, Yu. (2017). Analytical method of examining the curvilinear motion of a four-wheeled vehicle. *Eastern-European Journal of Enterprise Technologies* 3/7(87): 59-65. doi: 10.15587/1729-4061.2017.101335
16. Moussa, H., Wisama, K., Lehtihet, H.E. (2010). Trajectory Planning of Unicycle Mobile Robots With a Trapezoidal-Velocity Constraint. *Robotics, IEEE Transactions on*. 26: 954 - 962. doi: 10.1109/TRO.2010.2062090
17. Murillo, M. & Sanchez, Guido & Deniz, Nahuel & Genzelis, Lucas & Giovanini, Leonardo. (2022). Improving path-tracking performance of an articulated tractor-trailer system using a non-linear kinematic model. *Computers and Electronics in Agriculture*. 196. 106826. 10.1016/j.compag.2022.106826
18. Penjushkin, A.S., Poddubnyj, V.I. (2011). Traffic control of a wheeled tractor using satellite radio navigation systems. *Polzunovskij al'manah*. 4/2: 292-295. (in Russia). [http://elib.altstu.ru/journals/Files/pa2011\\_4\\_2/pdf/292penushkin.pdf](http://elib.altstu.ru/journals/Files/pa2011_4_2/pdf/292penushkin.pdf)

19. Shipilevskij, G. B. (2005). Traktornaja avtomatika. Konspekt lekcij po discipline "Avtomaticheskie sistemy koljosnyh i gusenichnyh traktorno-tjagovyh mashin". [Automatic systems of wheeled and tracked tractor-traction machines] Moskva: MGTU "MAMI" (in Russia).
20. Song, M.Z., Kang, S.W., Chung, S.O., Kim, K.D., Chae, Y.S., Lee, D.H., Kim, Y.J., Yu, S.H. & Lee, K.H. (2013). Development of Path Planning Algorithm for an Autonomous Mower Tractor. 4th IFAC Conference on Modelling and Control in Agriculture, Espoo, August 2013. Horticulture and Post Harvest Industry. Finland, p 154. doi: 10.7744/cnijas.2015.42.1.063
21. Yue, M., Hou, X., Gao, R. et al. (2018). Trajectory tracking control for tractor-trailer vehicles: a coordinated control approach. *Nonlinear Dyn* 91, 1061–1074. <https://doi.org/10.1007/s11071-017-3928-9>
22. Yue, M., Hou, X., Zhao, X. and Wu, X. (2020). "Robust Tube-Based Model Predictive Control for Lane Change Maneuver of Tractor-Trailer Vehicles Based on a Polynomial Trajectory," in *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics: Systems*, vol. 50, no. 12, pp. 5180-5188, Dec. 2020, doi: <https://doi.org/10.1109/TSMC.2018.2867807>
23. Zavrazhnov, A. I., Miheev, N. V. & Beljaev A. N. (2019). Povyshaem ustojchivost' dvizhenija kolesnogo traktora [We increase the driving stability of a wheeled tractor] *Vserossijskij fermer*. Internet-zhurnal. (in Russia).
24. Zhou, Y., Wang, Z. & Chung, Kw. (2019). Turning Motion Control Design of a Two-Wheeled Inverted Pendulum Using Curvature Tracking and Optimal Control Theory. *J Optim Theory Appl* 181, 634–652 <https://doi.org/10.1007/s10957-019-01472-4>
25. Zhou, S. et al., (2020). "Robust Path Following of the Tractor-Trailers System in GPS-Denied Environments," in *IEEE Robotics and Automation Letters*, vol. 5, no. 2, pp. 500-507, April 2020, doi: 10.1109/LRA.2019.2956380
26. Zhou, Y., Wen, X., Wang, Z. (2020). On the nonholonomic constraints and motion control of wheeled mobile structures1) [J]. *Chinese Journal of Theoretical and Applied Mechanics*, 52(4): 1143-1156. doi: 10.6052/0459-1879-19-257
27. Zhou, Y. & Wen, X. & Xu, Qi. (2021). Precise motion control of tractor-trailer wheeled mobile structures via a newly observed key motion law. *Nonlinear Dynamics*. 103. <https://doi.org/10.1007/s11071-020-06162-9>

**Dovzhyk M. Ya.**, Ph.D., Candidate of Technical Sciences, Professor, Sumy National Agrarian University, Sumy, Ukraine  
**Sirenko Yu. V.**, PhD, Doctor of Philosophy, Senior Lecturer, Sumy National Agrarian University, Sumy, Ukraine  
**Kalnahuz A. M.**, Senior Lecturer, Sumy National Agrarian University, Sumy, Ukraine

**Analysis of kinematics of movement of field units with all controlled wheels**

*The movement of units along curves is the most difficult element of movement in the field.*

*The main part of the time of work of field units is devoted to curvilinear movement, when the trajectory changes at the request of the driver or due to external disturbances, or due to changes in some parameters during movement. The trajectory of a wheeled machine is the trajectory of its kinematic centre. There is no fundamental difference between a tractor and a car, as the functional qualities during curvilinear movement are the same. Currently, theoretical and experimental methods for the study of curvilinear motion are not sufficiently developed for wheeled and tractor trains during work.*

*The aim of the research is to analyse the kinematics of curvilinear motion of power vehicles with all steered wheels in the field units on reversible lanes. Methods of theoretical analysis of mathematical models of kinematics of unsteady motion of field aggregates, systematization of parameters, sequential analysis of characteristics were used in the analysis of literature sources. Many articles by world scientists have attempted to obtain equations of the trajectory of curvilinear motion of field aggregates to obtain mathematical models of curvilinear motion, but they are too complex to use in practice.*

*A wheeled machine with steered front and rear axles, at the same angles of rotation of the respective wheels, can provide twice the radius than a wheeled machine with one steered axle. This leads to a reduction in the required width of the turning lane, increasing the length of the tracks, increasing the productivity of the unit, significantly reducing the number of damaged plants on sown turning lanes, reducing the mechanical and technological properties of the soil.*

*The conclusions of the research indicate the need to create mathematical equations that describe the curvilinear motion of field units with all steered wheels, which are simpler and suitable for use in practice and for modelling any kind of reversals in agricultural work.*

**Key words:** movement along curvilinear trajectories, machine unit, kinematics of movement, turn, trajectory.