

## ОПТИМІЗАЦІЯ РЕЖИМУ РУХУ МАНІПУЛЯТОРА З ДВОМА ПОСТУПАЛЬНИМИ ТА ОДНІЄЮ ОБЕРТАЛЬНОЮ ЛАНКАМИ У ПЛОЩИНІ ЗМІНИ ВІЛЬОТУ

**Ловейкін Вячеслав Сергійович**

доктор технічних наук, професор

Національний університет біоресурсів і природокористування України, м. Київ, Україна

ORCID: 0000-0003-4259-3900

email: lovvs@ukr.net

**Ромасевич Юрій Олександрович**

доктор технічних наук, професор

Національний університет біоресурсів і природокористування України, м. Київ, Україна

ORCID: 0000-0001-5069-5929

email: romasevichyuriy@ukr.net

**Кадикало Іван Олександрович**

кандидат технічних наук

Національний університет біоресурсів і природокористування України, м. Київ, Україна

ORCID: 0000-0002-5686-5869

email: kadykaloivan@nubip.edu.ua

**Каленіченко Богдан Володимирович**

студент IV курсу факультету конструювання та дизайну

Національний університет біоресурсів і природокористування України, м. Київ, Україна

ORCID: 0009-0003-5547-4449

bohdan.kalinihenko@gmail.com

*В наведеній науковій праці представлено процес оптимізації режимів руху робота-маніпулятора з двома поступальними та однією обертальними ланками в площині зміни вільоту захватного пристрою з вантажем. Цей процес включає вибір траєкторії руху захватного пристрою між двома точками переміщення вантажу, при якій забезпечується мінімальна відстань переміщення захвату. Здійснюється оптимізація режиму руху захватного пристрою з вантажем вздовж обраної траєкторії за певним критерієм. Проведено оптимізацію режиму руху захвату за двома інтегральними динамічними критеріями, які відображають середні значення кінетичної енергії та динамічної складової потужності на ділянці руху. Відповідно до першого критерію оптимальним є режим руху захватного пристрою з постійною швидкістю на всій ділянці руху, а за другим критерієм оптимальна швидкість має змінюватись за параболічним законом. В оптимальному енергетичному режимі руху захватного пристрою з вантажем відсутні ділянки пуску та зупинки, тому він може бути використаний лише на ділянці усталеного руху захвату. Оптимальний режим руху захватного пристрою за критерієм динамічної складової потужності забезпечує мінімальне значення потужності приводних механізмів, однак при використанні такого режиму на всій ділянці руху приводить до збільшення енергетичних витрат. Такий режим руху захватного пристрою рекомендовано використовувати на ділянках пуску та зупинки, а також при переміщенні захвату на незначні відстані. Також визначений комплексний оптимальний режим руху захватного пристрою, де на ділянках пуску та гальмування швидкість змінюється за параболічним законом, що відповідає оптимальному динамічному режиму руху, а на ділянці усталеного руху є постійною і забезпечує оптимальний енергетичний режим руху. Встановлені зв'язки між характеристиками оптимальних режимів руху захватного пристрою з вантажем за обраною траєкторією та осями координат в площині зміни вільоту.*

**Ключові слова:** маніпулятор, захватний пристрій, траєкторія руху, критерій оптимізації, оптимальні режими руху, узагальнені координати.

DOI <https://doi.org/10.32782/msnau.2023.1.8>

**Постановка проблеми.** В процесі переміщення вантажів маніпулятором з одного положення в інше виникає задача вибору траєкторії переміщення вантажу, режиму його руху вздовж обраної траєкторії та параметрів і характеристик приводних механізмів, які реалізують необхідні режими руху. В процесі вибору режимів руху виникає проблема вибору критерію оптимізації і знаходження його екстремального зна-

чення, яке дозволяє вибрати оптимальний режим руху захватного пристрою маніпулятора. Для реалізації оптимального режиму руху захватного пристрою необхідно вибрати приводні механізми та системи їхнього керування. При цьому необхідно розв'язати зворотну задачу, яка полягає в тому, щоб за характеристиками оптимального режиму руху захватного пристрою визначити характеристики узагальнених координат маніпу-

лятора, які дають можливість встановити параметри та характеристики приводних механізмів і систем їхнього керування.

**Аналіз останніх публікацій.** Роботи і маніпулятори широко використовуються в різних галузях виробництва при переміщенні вантажів, де значна увага приділяється плануванню та вибору траєкторії переміщення, а також її адаптивного відслідковування в процесі руху (Faustini A. et al., 2015). Важливого значення набувають питання планування траєкторії і керування рухом роботів-маніпуляторів для відслідковування траєкторій. Так, наприклад, в роботі (Kim M. K. et al., 2018) розглянуті питання планування траєкторії руху мобільними колісними роботами та керування ними для реалізації траєкторії на відкритому повітрі. Планування траєкторії руху підводних апаратів з використанням гібридної теорії оптимізації розглянуто в роботі (Zhang X. & Hu W., 2019), де за критерії оптимізації використовувались енергетичні витрати та час руху. В роботі (Kim S. et al., 2017) розглянуті питання оптимального планування траєкторії і керування рухом безпілотної літальної апарату з використанням мікроконтролера та прогнозуванням нелінійної моделі руху. Також важливе значення надається плануванню траєкторій при русі електромобілів. Так, наприклад, в роботі (Li H. et al., 2017) розглянуті питання планування траєкторій та управлінням відслідковуванням цих траєкторій електромобілем з чотирма колесами і диференціальним механізмом. В роботі (Bansal J. C. et al., 2017) наведено огляд генетичних алгоритмів оптимізації та їхнє застосування в робототехніці. Значна увага огляду методів оптимізації траєкторій руху роботів та маніпуляторів приділена в роботі (Saha S. K. & Bhattacharyya B., 2018). Проведена багатоцільова оптимізація траєкторії руху робота на основі покращення генетичного алгоритму, що дозволило з різних точок зору розглядати вибір траєкторії руху (Wang Y. et al., 2017). В роботі (Zhang J. et al., 2018) проведено оптимальне планування траєкторії промислового робота на основі алгоритму імітації відпалювання. При оптимізації планування траєкторій значна увага приділяється методам штучного інтелекту. В роботі (Gao X. et al., 2019) здійснено оптимальне планування траєкторії робота-маніпулятора на основі удосконаленого алгоритму штучного бджолиного рою. З наведеного аналізу проведених досліджень можна зробити висновок, що питанням планування траєкторій руху роботів і маніпуляторів, а також їхнього відслідковування та керування рухом приділяється значна увага.

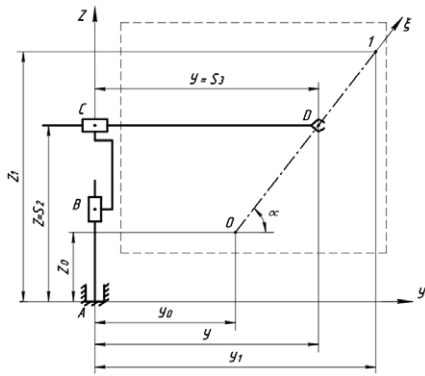
Важливого значення набувають методи оптимізації режимів руху роботів і маніпуляторів по оптимально запланованих траєкторіях. Ці методи оптимізації роботів та маніпуляторів можуть базуватись на використанні кінематичних (Loveikin V., et al., 2021) та динамічних (Loveikin V., Romasevych Y. et al., 2022) критеріїв. В статтях (Loveikin V. & Mishchuk D. A., 2019; Loveikin V., Mishchuk D. O. et al., 2022) здійснено оптимізацію режимів руху маніпуляторів за середньо-

квадратичними значеннями відповідно кінематичних та силових характеристик. Для визначення узагальнених координат маніпулятора та їх похідних за часом необхідно розв'язувати зворотні задачі кінематики. Проведемо аналіз публікацій цих задач. В роботі (Gharavian M. & Ahmadi M. T., 2012) наведений новий підхід до розв'язування зворотних задач кінематики маніпуляторів з надлишковими ступенями вільності з використанням алгоритму мурашиної колонії. Авторами роботи (Zeeshan A. I. et al., 2014) розв'язані зворотні задачі кінематики маніпуляторів з п'ятьма ступенями вільності з використанням нейронних мереж. В статті (Jahanbekam M. R. et al., 2016) здійснено співставлення градієнтних алгоритмів оптимізації зворотних задач кінематики маніпуляторів з надлишковими ступенями вільності і наведено напрямки їх використання. В роботі (Mousavi M. R. & Gholami M., 2018) наведено огляд розв'язування зворотних задач кінематики роботів-маніпуляторів з послідовним з'єднанням. Питанням розв'язування зворотних задач кінематики маніпуляторів з надлишковими ступенями вільності з використанням алгоритму гібридного навчання присвячена робота (Hameed Z. K. & Atiq M. T., 2021).

З наведеного аналізу наукових праць з планування траєкторій, оптимізації режимів руху та розв'язування зворотних задач кінематики руху показує, що на достатньому рівні вирішується кожна з задач, однак є потреба в комплексній оптимізації всього процесу вирішення поставлених задач.

**Мета досліджень** полягає в розробці комплексного алгоритму оптимізації режиму руху маніпулятора з двома поступальними та однією оберտальною ланкою.

**Виклад основного матеріалу.** Для проведення досліджень використаємо маніпулятор з трьома ступенями вільності, до складу якого входить дві поступальні і одна оберտальна ланки (рис.1). За узагальнені координати такого маніпулятора прийняті: кутова координата повороту стійки  $\varphi_1$  та лінійні координати вертикального підйому  $s_2$  і горизонтального переміщення захвату з вантажем  $s_3$ . Розглянемо рух маніпулятора у вертикальній площині. В цій площині здійснювати рух будуть ланки, що мають поступальний рух, тобто ланки 2 і 3, а ланка 1 залишається нерухомою разом зі стійкою, тому координата  $\varphi_1$  залишається незмінною.. На рис.1 пунктирною лінією показана область, в якій може переміщуватись захватний пристрій маніпулятора. Нехай треба перемістити захватний пристрій з вантажем з точки 0 з координатами  $(y_0, z_0)$  в точку 1 з координатами  $(y_1, z_1)$ . Оскільки найкоротшою відстанню між точками 0 і 1 буде відстань по прямій лінії, тому за траєкторію руху захватного пристрою захвату з вантажем оберемо пряму лінію з напрямком переміщення вздовж осі  $\xi$ . Поставлена задача перемістити захватний пристрій з вантажем з точки 0 в точку 1 за час  $t_1$ . В довільний момент часу  $t$  ( $0 \leq t \leq t_1$ ) положення захвату з вантажем характеризується координатою  $\xi$ .



**Рис.1. Схема руху маніпулятора у вертикальній площині**

Встановимо зв'язок координати  $\xi$  з нерухомою системою координат  $yiz$

$$\xi = \sqrt{(y - y_0)^2 + (z - z_0)^2}. \quad (1)$$

Підставивши в формулу (1) координати точок 0 і 1, отримуємо:

$$\xi_0 = 0; \xi_1 = \sqrt{(y_0 - z_0)^2 + (z_1 - z_0)^2}. \quad (2)$$

Визначимо оптимальний енергетичний режим руху захвату вздовж прямої  $\xi$  на ділянці від точки 0 до точки 1. За критерій оптимізації оберемо середнє значення кінематичної енергії захвату на ділянці руху  $0 \leq \xi \leq \xi_1$  за час  $0 \leq t \leq t_1$

$$T_{cp} = \frac{1}{t_1} \int_0^{t_1} T dt \rightarrow \min, \quad (3)$$

де  $t$  – час;  $t_1$  – тривалість руху захватного пристрою з вантажем;  $T$  – кінематична енергія захвату з вантажем, яка визначається наступною залежністю

$$T = \frac{1}{2} m \dot{\xi}^2, \quad (4)$$

де  $m$  – маса захватного пристрою з вантажем.

Умовою мінімуму критерію (5) є рівняння Ейлера, які мають вигляд

$$\frac{\partial T}{\partial \xi} - \frac{d}{dt} \frac{\partial T}{\partial \dot{\xi}} = 0. \quad (5)$$

В результаті підстановки виразу (6) в рівняння (7) отримуємо:

$$\frac{\partial T}{\partial \xi} = 0; \frac{\partial T}{\partial \dot{\xi}} = m \dot{\xi}; \frac{d}{dt} \frac{\partial T}{\partial \dot{\xi}} = m \ddot{\xi} = 0. \quad (6)$$

Рівняння (6) справедливе коли

$$\ddot{\xi} = 0. \quad (7)$$

Двічі проінтегруємо рівняння (7), в результаті чого отримуємо:

$$\dot{\xi} = C_1; \xi = C_1 t + C_2, \quad (8)$$

де  $C_1, C_2$  – постійні інтегрування, які визначаються з крайових умов руху:

$$t=0; \xi = 0; t=t_1; \xi = \xi_1. \quad (9)$$

Після підстановки умов (11) в залежності (10) будемо мати:

$$C_2 = 0; \xi_1 = C_1 t_1 \rightarrow C_1 = \frac{\xi_1}{t_1}. \quad (10)$$

Тоді закон руху захвату з вантажем буде мати вигляд:

$$\xi = \frac{\xi_1 t}{t_1}; \dot{\xi} = \frac{\xi_1}{t_1} = \text{const}; \ddot{\xi} = 0. \quad (11)$$

Отже, для забезпечення оптимального енергетичного режиму руху захват повинен рухатися на всій ділянці руху з постійною швидкістю.

Знайдемо для цього режиму руху захватного пристрою з вантажем кінематичні характеристики узагальнених координат, виражених через координату  $\xi$

$$S_2 - Z_0 = \xi * \sin \alpha.$$

Звідки знаходимо

$$S_2 = Z_0 + \xi * \sin \alpha = Z_0 + \xi_1 * \frac{t}{t_1} * \sin \alpha, \quad (14)$$

$$\text{де } \sin \alpha = \frac{Z_1 - Z_0}{\xi_1}; \quad \cos \alpha = \frac{y_1 - y_0}{\xi_1}. \quad (15)$$

Після підстановки першого виразу з (15) в залежності (14) отримуємо:

$$S_2 = Z_0 + \xi_1 * \frac{t}{t_1} * \frac{Z_1 - Z_0}{\xi_1} = Z_0 + (Z_1 - Z_0) \frac{t}{t_1}. \quad (16)$$

Взявши похідну за часом від виразу (16), отримуємо:

$$\dot{S}_2 = \frac{Z_1 - Z_0}{t_1} = \text{const}; \quad \ddot{S}_2 = 0.$$

Аналогічно знайдемо координату  $S_3$  захватного пристрою

$$S_3 - y_0 = \xi * \cos \alpha.$$

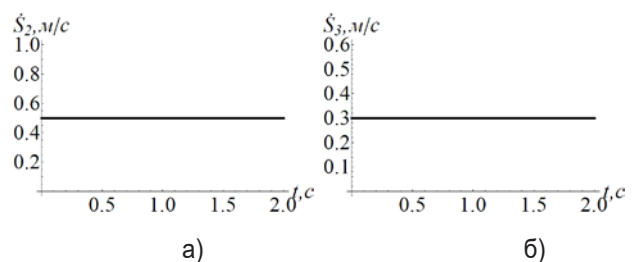
Тоді з отриманого рівняння знаходимо

$$S_3 = y_0 + \xi * \cos \alpha. \quad (17)$$

Після підстановки виразів (13) і (15) в залежності (17) будемо мати

$$S_3 = y_0 + \xi_1 \frac{t}{t_1} * \frac{y_1 - y_0}{\xi_1} = y_0 + (y_1 - y_0) \frac{t}{t_1}; \dot{S}_3 = \frac{y_1 - y_0}{t_1} = \text{const}. \quad (18)$$

З виразів (16) та (18) випливає, що для забезпечення оптимального енергетичного режиму руху захвату з вантажем необхідно, щоб приводні механізми підйому захвату та висування руки маніпулятора рухались з постійною швидкістю на всій ділянці руху (рис. 2).



**Рис. 2. Графіки швидкості оптимального енергетичного режиму руху при підйомі (а) та висуванні (б) захватного пристрою**

Оскільки оптимальний енергетичний режим не вдається реалізувати на практиці, бо в нього відсутні ділянки пуску та гальмування, тому він може бути використаний лише на ділянці усталеного руху приводних механізмів маніпулятора.

Тепер знайдемо оптимальний режим руху захвату, який мінімізує динамічну складову потужності руху захватного пристрою з вантажем. За критерій оптимізації використаємо середнє значення динамічної складової потужності, що витрачається на рух захвату з вантажем

$$P_{cp} = \int_0^{t_1} V dt \rightarrow \min, \quad (19)$$

де  $V$  - енергія пришвидшення, яка для захвату з вантажем визначається наступної залежністю

$$V = \frac{1}{2} m \dot{\xi}^2 \dots \quad (20)$$

Тут  $m$  — маса вантажу з захватом. Умовою мінімуму критерію (19) з урахуванням виразу (20) є рівняння Ейлера-Пуассона, яке має вигляд

$$\frac{\partial V}{\partial \xi} - \frac{d}{dt} \frac{\partial V}{\partial \dot{\xi}} + \frac{d^2}{dt^2} \frac{\partial V}{\partial \ddot{\xi}} = 0. \quad (21)$$

Визначимо складові частини рівняння (21):

$$\frac{\partial V}{\partial \xi} = 0; \frac{\partial V}{\partial \dot{\xi}} = 0; \frac{\partial V}{\partial \ddot{\xi}} = m \xi; \frac{d^2}{dt^2} \frac{\partial V}{\partial \ddot{\xi}} = m \ddot{\xi}. \quad (22)$$

Підставимо вирази (22) в рівняння (21), в результаті чого будемо мати:

$$m \ddot{\xi} = 0.$$

Отримане рівняння справедливе, коли

$$\ddot{\xi} = 0. \quad (23)$$

Розв'яжемо диференціальне рівняння (23). Для цього візьмемо чотири рази інтеграли зліва і справа цього рівняння. В результаті чого отримаємо:

$$\begin{aligned} \ddot{\xi} &= D_1; \\ \dot{\xi} &= D_1 t + D_2; \end{aligned} \quad (24)$$

$$\begin{aligned} \dot{\xi} &= \frac{1}{2} D_1 t^2 + D_2 t + D_3; \\ \xi &= \frac{1}{6} D_1 t^3 + \frac{1}{2} D_2 t^2 + D_3 t + D_4, \end{aligned}$$

де  $D_1, D_2, D_3, D_4$  – постійні інтегрування, які визначаються з крайових умов руху захватного пристрою:

$$t = 0 : \xi = 0, \dot{\xi} = 0; \quad t = t_1 : \xi = \xi_1, \dot{\xi} = 0. \quad (25)$$

Після підстановки умов (25) в залежності (24) отримуємо:

$$D_4 = 0; \quad D_3 = 0; \quad (26)$$

$$\begin{cases} \frac{1}{6} D_1 t_1^3 + \frac{1}{2} D_2 t_1^2 = \xi_1; \\ \frac{1}{2} D_1 t_1^2 + D_2 t_1 = 0. \end{cases} \quad (27)$$

З другого рівняння системи лінійних рівнянь (27) знаходимо

$$D_2 = -\frac{D_1 t_1}{2}. \quad (28)$$

Підставивши в перше рівняння системи (27) вираз (28), отримуємо

$$\frac{1}{6} D_1 t_1^3 + \frac{1}{4} D_1 t_1^3 = \xi_1.$$

З отриманого рівняння маємо

$$-\frac{1}{12} D_1 t_1^3 = \xi_1.$$

Тоді знаходимо

$$D_1 = -12 \xi_1 / t_1^3. \quad (29)$$

Після підстановки виразу (29) в залежність (28) отримуємо

$$D_2 = \frac{6 \xi_1}{t_1^2}. \quad (30)$$

Підставивши вирази (26), (29) і (30) в залежності (24), маємо оптимальний режим руху захвату з вантажем, який мінімізує динамічну складову потужності:

$$\begin{aligned} \xi &= 3 \xi_1 t^2 / t_1^2 - 2 \xi_1 t^3 / t_1^3 = \frac{\xi_1}{t_1^2} \left( 3t^2 - 2 \frac{t^3}{t_1} \right); \\ \dot{\xi} &= 6 \frac{\xi_1}{t_1^2} \left( t - \frac{t^2}{t_1} \right); \\ \ddot{\xi} &= 6 \frac{\xi_1}{t_1^2} \left( 1 - 2 \frac{t}{t_1} \right). \end{aligned} \quad (31)$$

Для забезпечення оптимального режиму, що мінімізує динамічну складову потужності, необхідно, щоб швидкість руху захвату з вантажем змінювалась за параболічним законом, а пришвидшення за лінійним законом.

Знайдемо для отриманого режиму руху кінематичні характеристики узагальнених координат, виражених через координату  $\xi$ :

координата  $S_2$  та її похідні за часом:

$$\begin{aligned} S_2 &= Z_0 + \xi \sin \alpha = Z_0 + \frac{\xi_1}{t_1^2} \left( 3t^2 - 2 \frac{t^3}{t_1} \right) * \frac{z_1 - z_0}{\xi_1} = \\ &= Z_0 + (Z_1 - Z_0) \frac{t^2}{t_1^2} \left( 3 - 2 \frac{t}{t_1} \right); \end{aligned} \quad (32)$$

$$\dot{S}_2 = 6 \frac{z_1 - z_0}{t_1^2} t \left( 1 - \frac{t}{t_1} \right); \quad \ddot{S}_2 = 6 \frac{z_1 - z_0}{t_1^2} \left( 1 - 2 \frac{t}{t_1} \right). \quad (33)$$

координата  $S_3$  та її похідні за часом:

$$\begin{aligned} S_3 &= y_0 + \xi \cos \alpha = y_0 + \frac{\xi_1}{t_1^2} \left( 3t^2 - 2 \frac{t^3}{t_1} \right) * \frac{y_1 - y_0}{\xi_1} = \\ &= y_0 + \frac{y_1 - y_0}{t_1^2} t^2 \left( 3 - 2 \frac{t}{t_1} \right); \end{aligned} \quad (34)$$

$$\dot{S}_3 = 6 \frac{y_1 - y_0}{t_1^2} t \left( 1 - \frac{t}{t_1} \right); \quad \ddot{S}_3 = \frac{y_1 - y_0}{t_1^2} \left( 1 - 2 \frac{t}{t_1} \right). \quad (35)$$

З виразів (33) та (35) випливає, що для забезпечення оптимального режиму руху, що мінімізує динамічну скла-

дову потужності, необхідно, щоб швидкості приводних механізмів підйому та висуванню захватного пристрою змінювались за параболічним законом, а пришвидшення – за лінійним.

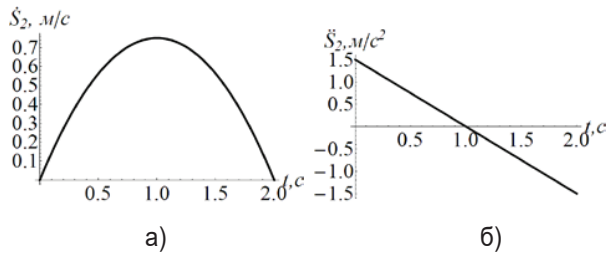


Рис. 3. Швидкість (а) та пришвидження (б) приводу механізму підйому

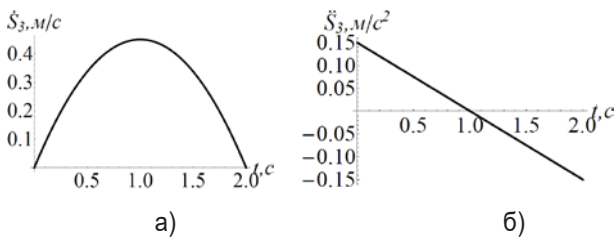


Рис. 4. Швидкість (а) та пришвидження (б) приводу механізму зміни вильоту

Такий режим руху доцільно застосовувати при переміщенні захвату на незначні відстані, коли відсутня ділянка усталеного руху і рух складається тільки з ділянок пуску та гальмування. Цей режим руху для узагальнених координат механізмів підйому та зміни вильоту показано на рис. 3 і 4.

Розглянемо режим руху захватного пристрою, який складається з ділянок пуску, усталеного руху та гальмування. На ділянці усталеного руху використовуємо оптимальний енергетичний режим руху, який забезпечується постійною швидкістю руху захватного пристрою. На ділянках пуску та гальмування застосуємо оптимальний режим руху, який мінімізує динамічну складову потужності приводних механізмів.

Для визначення оптимального режиму пуску захватного пристрою використовуємо залежності (24), в яких постійні інтегрування визначаються з наступних крайових умов:

$$t = 0: \xi = 0, \dot{\xi} = 0; t = t_p: \dot{\xi} = V, \ddot{\xi} = 0. \quad (36)$$

Після підстановки умов (36) в залежності (24) маємо:

$$D_4 = 0; D_3 = 0; \quad (37)$$

$$\begin{cases} \frac{1}{2} D_1 t_p^2 + D_2 t_p = V; \\ D_1 t_p + D_2 = 0. \end{cases} \quad (38)$$

Тут  $t_p$  — тривалість розгону захватного пристрою;  $V$  — швидкість усталеного руху захвату, яка при оптимальному енергетичному режимі руху визначається залежністю (13)

$$V = \xi_1 / t_1. \quad (39)$$

З другого рівняння системи (38) знаходимо

$$D_2 = -D_1 t_p. \quad (40)$$

Підставивши в перше рівняння системи (38) залежності (40), отримаємо

$$\frac{1}{2} D_1 t_p^2 - D_1 t_p^2 = V.$$

З отриманого рівняння знаходимо

$$-\frac{1}{2} D_1 t_p^2 = V.$$

Звідки

$$D_1 = -2V / t_p^2. \quad (41)$$

В результаті підстановки виразу (41) в залежності (40) будемо мати:

$$D_2 = 2V / t_p. \quad (42)$$

Підставивши вирази (37), (41) і (42) в залежності (24) будемо мати:

$$\xi = \frac{V}{t_p} t^2 - \frac{1}{3} \frac{V}{t_p^2} t^3 = \frac{V}{t_p} \left( t^2 - \frac{t^3}{3t_p} \right);$$

$$\dot{\xi} = \frac{V}{t_p} \left( 2t - \frac{t^2}{t_p} \right) \quad (43)$$

$$\ddot{\xi} = 2 \frac{V}{t_p} \left( 1 - \frac{t}{t_p} \right).$$

Знаючи кінематичні характеристики захватного пристрою (43), знайдемо відповідні характеристики узагальнених координат та їхніх похідних за часом:

- механізм підйому захвату:

$$S_2 = Z_0 + \xi \sin \alpha = Z_0 + \frac{V t^2}{t_p} \left( 1 - \frac{t}{3t_p} \right) \frac{z_1 - z_0}{\xi_1} =$$

$$= Z_0 + (z_1 - z_0) \frac{t^2}{t_p t_1} \left( 1 - \frac{t}{3t_p} \right);$$

$$\dot{S}_2 = (z_1 - z_0) \frac{1}{t_p t_1} \left( 2t - \frac{t^2}{t_p} \right);$$

$$\ddot{S}_2 = 2(z_1 - z_0) \frac{1}{t_p t_1} \left( 1 - \frac{t}{t_p} \right). \quad (44)$$

- механізм зміни вильоту:

$$S_3 = y_0 + \xi \cos \alpha = y_0 + \frac{V t^2}{t_p} \left( 1 - \frac{t}{3t_p} \right) \frac{y_1 - y_0}{\xi_1} =$$

$$= y_0 + \frac{y_1 - y_0}{t_p t_1} t^2 \left( 1 - \frac{t}{3t_p} \right);$$

$$\dot{S}_3 = \frac{y_1 - y_0}{t_p t_1} \left( 2t - \frac{t^2}{t_p} \right), \ddot{S}_3 = 2 \frac{y_1 - y_0}{t_p t_1} \left( 1 - \frac{t}{t_p} \right). \quad (45)$$

Аналогічно визначимо оптимальні режими гальмування, що забезпечують мінімізацію динамічної складової потужності приводних механізмів підйому та зміни вильоту захвату.



Для визначення оптимального режиму гальмування захватного пристрою використаємо залежності (24), в яких постійні інтегрування визначаються з таких крайових умов руху:

$$t = t_1 - t_g : \dot{\xi} = V, \xi = 0; t = t_1 : \xi = \xi_1, \dot{\xi} = 0, \quad (46)$$

де  $t_g$  — тривалість гальмування захватного пристрою з вантажем.

В результаті підстановки умов (46) в залежності (24) отримуємо:

$$\begin{cases} \frac{1}{2}D_1(t_1 - t_g)^2 + D_2(t_1 - t_g) + D_3 = V; \\ D_1(t_1 - t_g) + D_2 = 0; \\ \frac{1}{6}D_1t_1^3 + \frac{1}{2}D_2t_1^2 + D_3t_1 + D_4 = \xi_1; \\ \frac{1}{2}D_1t_1^2 + D_2t_1 + D_3 = 0. \end{cases} \quad (47)$$

З другого рівняння системи (47) виразимо невідоме  $D_2$  через  $D_1$ , після чого отримуємо

$$D_2 = -D_1(t_1 - t_g). \quad (48)$$

В інших рівняннях системи (47) замінимо  $D_2$  на вираз (48), тобто

$$\begin{cases} \frac{1}{2}D_1(t_1 - t_g)^2 + D_1(t_1 - t_g)^2 + D_3 = V; \\ \frac{1}{6}D_1t_1^3 + \frac{1}{2}D_1(t_1 - t_g)t_1^2 + D_3t_1 + D_4 = \xi_1; \\ \frac{1}{2}D_1t_1^2 + D_2(t_1 - t_g)t_1 + D_3 = 0. \end{cases} \quad (49)$$

Зведемо подібні члени в системі рівнянь (49), в результаті чого отримуємо:

$$\begin{cases} -\frac{1}{2}D_1(t_1 - t_g)^2 + D_3 = V; \\ \frac{1}{6}D_1t_1^3 - \frac{1}{2}D_1t_1^3 + \frac{1}{2}D_1t_g t_1^2 + D_3t_1 + D_4 = \xi_1; \\ \frac{1}{2}D_1t_1^2 - D_1t_1^2 + D_1t_g t_1 + D_3 = 0. \end{cases}$$

Представимо цю систему в іншому вигляді:

$$\begin{cases} -\frac{1}{2}D_1(t_1 - t_g)^2 + D_3 = V; \\ D_1t_1^2(t_g / 2 - t_1 / 3) + D_3t_1 + D_4 = \xi_1; \\ D_1t_1(t_g - t_1 / 2) + D_3 = 0. \end{cases} \quad (50)$$

З останнього рівняння системи (50) виразимо невідому  $D_3$  через  $D_1$

$$D_3 = -D_1t_1(t_g - t_1 / 2). \quad (51)$$

Підставимо вираз (51) в інші два рівняння системи (50) в результаті чого будемо мати:

$$\begin{cases} -\frac{1}{2}D_1(t_1 - t_g)^2 - D_1t_1(t_g - t_1 / 2) = V; \\ D_1t_1^2(t_g / 2 - t_1 / 3) - D_1t_1^2(t_g - t_1 / 2) + D_4 = \xi_1. \end{cases}$$

В отриманій системі рівнянь зведемо подібні члени, в результаті чого отримуємо

$$\begin{cases} -D_1t_g^2 / 2 = V; \\ \frac{1}{2}D_1t_1^2(t_1 / 3 - t_g) + D_4 = \xi_1. \end{cases} \quad (52)$$

З першого рівняння системи (52) знаходимо

$$D_1 = -2V / t_g^2. \quad (53)$$

Підставимо вираз (53) в друге рівняння системи (52), в результаті чого будемо мати

$$-\frac{V}{t_g^2}t_1^2(t_1 / 3 - t_g) + D_4 = \xi_1.$$

З останнього рівняння знаходимо

$$D_4 = \xi_1 + V \frac{t_1^2}{t_g^2}(t_1 / 3 - t_g). \quad (54)$$

Підставивши вираз (53) в залежності (48) та (51), знайдемо:

$$D_2 = \frac{2V}{t_g^2}(t_1 - t_g); \quad D_3 = \frac{2V}{t_g^2}t_1(t_g - t_1 / 2). \quad (55)$$

В результаті підстановки виразів (53),..., (55) в залежності (24) знайдемо оптимальний режим гальмування захватного пристрою, який мінімізує динамічну складову потужності процесу гальмування

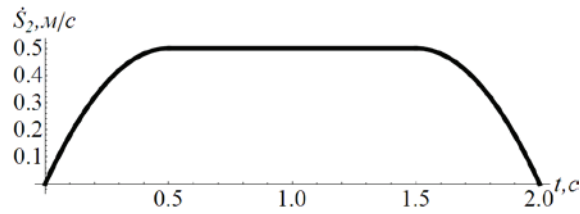
$$\begin{cases} \xi = \frac{V}{t_g^2} \left[ -\frac{t^3}{3} + (t_1 - t_g)t^2 + 2(t_g - t_1/2)t + t_1^2(t_1/3 - t_g) \right] + \xi_1; \\ \dot{\xi} = \frac{V}{t_g^2} \left[ -t^2 + 2(t_1 - t_g)t + 2(t_g - t_1/2)t_1 \right]; \\ \ddot{\xi} = 2 \frac{V}{t_g^2} \left[ -t + (t_1 - t_g) \right]. \end{cases} \quad (56)$$

За кінематичними характеристиками захватного пристрою визначимо характеристики узагальнених координат, що забезпечують оптимальний режим гальмування для мінімізації динамічної складової потужності:

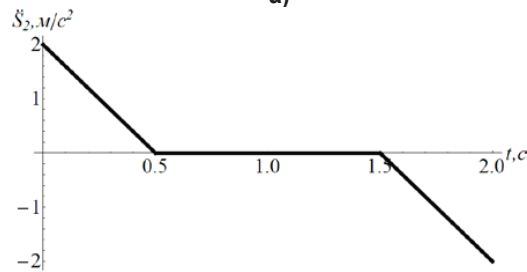
$$\begin{cases} S_2 = Z_0 + (z_1 - z_0) \left\{ \frac{1}{t_1 t_g^2} \left[ -\frac{t^3}{3} + (t_1 - t_g)t^2 + 2\left(t_g - \frac{t_1}{2}\right)t + t_1^2\left(\frac{t_1}{3} - t_g\right) \right] + 1 \right\}; \\ \dot{S}_2 = \frac{z_1 - z_0}{t_1 t_g^2} \left[ -t^2 + 2(t_1 - t_g)t + 2\left(t_g - \frac{t_1}{2}\right)t_1 \right]; \\ \ddot{S}_2 = 2 \frac{z_1 - z_0}{t_1 t_g^2} \left[ -t + t_1 - t_g \right] \square \end{cases} \quad (57)$$

$$\begin{cases} S_3 = y_0 + (y_1 - y_0) \left\{ \frac{1}{t_1 t_g^2} \left[ -\frac{t^3}{3} + (t_1 - t_g)t^2 + 2\left(t_g - \frac{t_1}{2}\right)t + t_1^2\left(\frac{t_1}{3} - t_g\right) \right] + 1 \right\}; \\ \dot{S}_3 = \frac{y_1 - y_0}{t_1 t_g^2} \left[ -t^2 + 2(t_1 - t_g)t + 2\left(t_g - \frac{t_1}{2}\right)t_1 \right]; \\ \ddot{S}_3 = 2 \frac{y_1 - y_0}{t_1 t_g^2} \left( -t + t_1 - t_g \right). \end{cases} \quad (58)$$

В результаті проведених розрахунків побудуємо графічні залежності кінематичних характеристик узагальне-

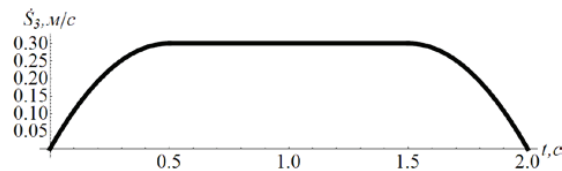


а)

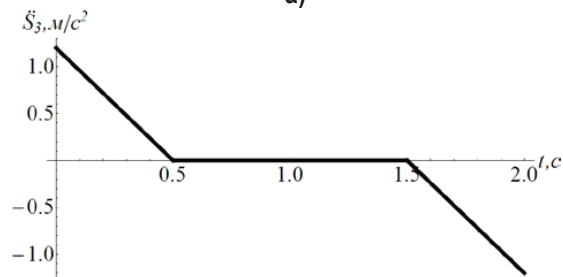


б)

Рис. 5. Графік швидкості (а) та пришвидшення (б) приводу механізму підйому захвату при триперіодній оптимальній діаграмі руху.



а)



б)

Рис.6. Графік швидкості (а) та пришвидшення (б) приводу механізму зміни вильоту захвату при триперіодній оптимальній діаграмі руху

них координат, які на ділянці усталеного руху відповідають оптимальному енергетичному режиму, а на ділянках пуску та гальмування - режиму, що мінімізує динамічну складову потужності. На рис. 5 та 6 представлені графічні залежності швидкості та пришвидшення отриманих оптимальних режимів руху механізмів підйому та зміни вильоту захвату.

**Висновки.** В представленій роботі наведено оптимізацію режиму руху маніпулятора, що складається з двох поступальних і однієї обертальної ланки. Розглянуто рух маніпулятора в площині зміни вильоту між двома заданими положеннями захватного пристрою з вантажем. За траєкторію руху захватного пристрою з вантажем прийнято пряму лінію, що з'єднує ці положення.

Визначені оптимальні режими руху захватного пристрою з вантажем вздовж цієї траєкторії за критеріями

енергетичних витрат та динамічної складової потужності на всій ділянці руху, а також на ділянках пуску та зупинки. За першим оптимальним режимом рух захвату повинен здійснюватись на всій ділянці з постійною швидкістю, а за другим – швидкість повинна змінюватись за параболічним законом. Також розроблений комплексний оптимальний режим руху захватного пристрою, коли на ділянках пуску та гальмування швидкість змінюється за параболічним законом, який відповідає оптимальному режиму за критерієм динамічної складової потужності, а на ділянці усталеного руху є постійною.

Для отриманих оптимальних режимів руху захватного пристрою з вантажем визначені закони руху узагальнених координат, які дозволяють встановити характеристики приводних механізмів і систем їхнього керування.

### **Бібліографічні посилання:**

1. Bansal J. C., Gupta V. K., Kumar P. (2017). A review of genetic algorithms and their applications in robotics. *Advances in Robotics & Automation*. vol. 6. no. 1. pp. 1-11.
2. Faustini A., Oriolo G., Vendittelli M., Freda L. (2015). Adaptive control of robot manipulators with trajectory tracking. *International Journal of Control*, vol. 88. no. 11. pp. 2245-2257.
3. Gao X., Qian Y., Zhou Y. (2019). Optimal trajectory planning for robotic manipulators based on an improved artificial bee colony algorithm. *Robotics and Computer-Integrated Manufacturing*. vol. 55. pp. 79-89.
4. Gharavian M. Ahmadi M. T. (2012). A new approach to inverse kinematics solution for redundant manipulators using the ant colony algorithm. *Mechatronics*. vol 22. no 5. pp. 579-587.
5. Hameed Z. K., Atiq M. T. (2021). Solving inverse kinematics problems of redundant manipulators using a hybrid learning algorithm. *Applied Soft Computing*. vol 98. pp. 106885.
6. Jahanbekam M. R., Alasty A., Moosavi M. R. (2016). A comparison of gradient-based optimization algorithms for inverse kinematics of redundant manipulators. *Robotica*. vol 34. no 9. pp. 2023-2037.
7. Kim M. K., Lee K. R., Park H. W. (2018). Trajectory planning and control of a wheeled mobile robot for path following in outdoor environments. *International Journal of Control, Automation, and Systems*. vol. 16. no. 6. pp. 2707-2717.
8. Kim S., Lee S. S., Kim H. S. (2017). Optimal trajectory planning and control of a quadrotor using a nonlinear model predictive controller. *Journal of Intelligent and Robotic Systems*. vol. 87. no. 1. pp. 105-117.
9. Li H., Chen W., Lu W. (2017). Trajectory tracking control of a four-wheel-steering electric vehicle based on differential flatness. *International Journal of Advanced Robotic Systems*. vol. 14. no. 1. pp. 1-12.
10. Loveikin V., Romasevych Y., Loveikin A., Lyashko A., Korobko M. (2022). Minimization of high frequency oscillations of trolley movement mechanism during steady tower crane slewing. *U.P.B Sci. Bull. Series D*. 84. N 1. P. 31-44.
11. Loveikin V., Romasevych Y., Shymko L., Mushtin D., Loveikin Y. (2021). The optimization of luffing and slewing regimes of a tower crane. *Journal of Theoretical and applied Mechanics*. 51. P. 421-436.
12. Lovejkin V. S., Mishchuk D. A. (2019). Synthesis of the optimal dynamic mode of movement of the manipulator boom mounted on an elastic base. *Science and technology*. Vol.18. Nr.1. 55-61.
13. Lovejkin V. S., Mishchuk D. O., Mishchuk Ye. O. (2022). Optimization of manipulator's motion mode on elastic base according to the criteria of the minimum central square value of drive torque. *Strength of Materials and Theory of Structures*. Nr.109. pp. 403-415.
14. Mousavi M. R., Gholami M. (2018). A review of inverse kinematics solutions for serial-link robot manipulators. *Journal of Intelligent and Robotic Systems*. vol 90. no 1-2. pp. 17-49.
15. Saha S. K. Bhattacharyya B. (2018). Trajectory optimization of robot manipulators: A review. *Robotics and Autonomous Systems*. vol. 101. pp. 52-71.
16. Wang Y., Gao Z., Zhu J. (2017). Multi-objective optimization of robot path planning based on improved genetic algorithm. *Journal of Intelligent & Robotic Systems*. vol. 88. no. 1. pp. 29-44.
17. Zeeshan A. I., Atiq M. T., Ehsan M. (2014). Inverse kinematics solutions using neural networks for a five degree of freedom robot manipulator. *International Journal of Advanced Robotic Systems*. vol 11. no 10. pp. 1-8.
18. Zhang J., Li J., Liu Y. (2018). Optimal trajectory planning for industrial robots based on simulated annealing algorithm. *Journal of Intelligent & Robotic Systems*. vol. 89. no. 3-4. pp. 577-592.
19. Zhang X., Hu W. (2019). Trajectory planning for autonomous underwater vehicles using a hybrid optimization algorithm. *Journal of Intelligent and Robotic Systems*. vol. 96. no. 1. pp. 69-84.

**Loveikin V. S.**, Doctor of Technical Sciences, Professor, National University of Life and Environmental Sciences of Ukraine, Kyiv, Ukraine

**Romasevych Yu. O.**, Doctor of Technical Sciences, Professor, National University of Life and Environmental Sciences of Ukraine, Kyiv, Ukraine

**Kadykalo I. O.**, Candidate of Technical Sciences, National University of Life and Environmental Sciences of Ukraine, Kyiv, Ukraine

**Kalenichenko B. V.**, student, National University of Life and Environmental Sciences of Ukraine, Kyiv, Ukraine

### **Optimization of the movement mode of a manipulator with two progressive and one rotary links in the plane of change of range**

The cited scientific work presents the process of optimizing the motion modes of a manipulator robot with two translational and one rotational links in the plane of change of departure of the gripping device with the load. This process includes the selection of a movement path of the gripper between two points of movement of the load, in which the minimum distance of movement of the gripper is ensured. The movement mode of the gripping device with the load along the selected trajectory is optimized according to a certain criterion. The gripper movement mode was optimized according to two integral dynamic criteria, which reflect the average values of kinetic energy and dynamic power component in the movement section. According to the first criterion, the mode of movement of the gripping device with a constant speed over the entire movement section is optimal, and according to the second criterion, the optimal speed should change according to the parabolic law. In the optimal energy mode of movement of the gripping device with a load, there are no start and stop sections, so it can be used only in the section of steady movement of the gripper. The optimal movement mode of the gripping device according to the criterion of the dynamic component of power ensures the minimum value of the power of the drive mechanisms, however, when using such a mode on the entire movement section, it leads to an increase in energy costs. This mode of movement of the gripping device is recommended for use in the start and stop areas, as well as when moving



*the gripper over small distances. A complex optimal mode of movement of the gripping device is also determined, where the speed changes according to the parabolic law in the starting and braking sections, which corresponds to the optimal dynamic mode of motion, and in the section of steady motion is constant and provides the optimal energetic mode of motion. The connections between the characteristics of the optimal motion modes of the gripping device with the load along the selected trajectory and the coordinate axes in the plane of departure change are established. Also, by solving the inverse problem, the kinematic characteristics of the generalized coordinates of the manipulator at the selected optimal modes of movement were determined in order to establish the necessary parameters and characteristics of the drive mechanisms for lifting and extending the gripper arm and their control systems. The connections between the characteristics of the optimal movement modes of the gripping device with the load along the selected trajectory and the coordinate axes in the plane of departure change are established. Also, by solving the inverse problem, the kinematic characteristics of the generalized coordinates of the manipulator at the selected optimal modes of movement were determined in order to establish the necessary parameters and characteristics of the drive mechanisms for lifting and extending the gripper arm and their control systems. The connections between the characteristics of the optimal movement modes of the gripping device with the load along the selected trajectory and the coordinate axes in the plane of departure change are established.*

**Key words:** *manipulator, gripping device, motion trajectory, optimization criterion, optimal motion modes, generalized coordinates.*